

Capítulo 14. Radiación (II): Hornos. Las ecuaciones para el estudio de la transmisión de la radiación a través de medios gaseosos participantes (1ª entrega)

INTRODUCCIÓN

14.1 Herramientas para generalizar el cálculo radiante gris de recintos

14.1-1 Emitancia gris de los planos equivalentes a haces de cilindros radiantes

Ejemplo 14.1

Factor de transferencia de Hottel

Ejemplo 14.2

Cálculo de la emitancia efectiva de un haz de una fila, de tubos, respaldado por una superficie aislante.

Ejemplo 14.3

Determinación analítica del factor de visión difuso entre dos cilindros paralelos (problema para resolver 2.31 del primer volumen) y crítica del mismo mediante su contrastación numérica. Utilización para el cálculo de emitancias efectivas de haces tubulares.

Ejemplo 14.4

Cálculo de la emitancia efectiva de un haz de dos filas de tubos, respaldado por una superficie aislante.

14.1-2 Recinto gris con un gas gris participante. Aplicaciones HOTTEL y GRISCONGAS

Ejemplo 14.5

Determinación de la emitancia y la absorbancia grises de un gas producto de combustión.

Ejemplo 14.6

Determinación del flujo de radiación sobre las paredes de un conducto por el que circula un gas participante a distinta temperatura.

Ejemplo 14.7

Alteración del flujo de radiación sobre dos placas paralelas a distinta temperatura, producida por la presencia de un gas participante interpuesto.

Ejemplo 14.8

Cálculo de las temperaturas de la superficie calefactora y de un gas participante necesarias para obtener unas prestaciones determinadas. Elevación de las temperaturas provocada por la presencia de un gas participante.

Ejemplo 14.9

Cálculo de la emitancia y la absorbancia de unos gases de combustión y del flujo de calor en la pared sólida.

PROBLEMAS

Problema 14.1

En el caso de haces de tubos negros (emitancia = 1) sobre superficies aislantes, demuéstrese sin utilizar el álgebra de factores de visión que:

a) Para haces de una fila

$$F_{i-t} = F_{i-t}(2 - F_{i-t})$$

b) Para haces de dos filas

$$F_{i-t} = 1 - (1 - F_{i-t})^4$$

Problema 14.2

Constrúyase un gráfico que muestre la variación de la emitancia efectiva del plano equivalente a un haz de una fila de tubos de 5 in. de diámetro exterior, respaldada por una pared aislante, cuando el paso varía de 10,25 in. a 15 in.

Problema 14.3

Repítase el ejemplo 14.8 si el haz tubular es de dos filas al tresbolillo.

14 Radiación (II): Hornos. Las ecuaciones para el estudio de la transmisión de la radiación a través de medios gaseosos participantes

INTRODUCCIÓN

En esta capítulo se hará una exposición del predimensionado de hornos, equipos utilizados para calentar materiales a alta temperatura con el fin de que sufran determinadas transformaciones fisicoquímicas, que pueden llegar, incluso, a su destrucción (incineradoras). Cuando el calentamiento se produce mediante combustión, el proceso comporta la transferencia radiante a través de un medio participante.

En la primera parte del Capítulo, se darán las herramientas para y se resolverá el diseño de los hornos de una manera simplificada, con un modelo general gris.

En la segunda parte se hará un análisis más detallado de la absorción y emisión en un medio participante, prescindiendo de la dispersión, y se establecerá la ecuación de transferencia a partir de la existencia del equilibrio termodinámico y de la posibilidad de definir la temperatura. Se describirán los procesos de absorción y emisión a partir de los coeficientes de Einstein, para llegar a la evaluación de la absorción y emisión de gases, a través de los espectros de rotación y vibración moleculares, prosiguiendo con la descripción de los modelos de absorción y emisión de bandas.

Finalmente se expondrá la teoría estadística de la radiación y la aplicación del método MONTECARLO al intercambio radiante con medio participante interpuesto.

14.1 Herramientas para generalizar el cálculo radiante gris de recintos

14.1-1 Emitancia gris de los planos equivalentes a haces de cilindros radiantes

Cuado se utilizan fluidos para calentar hornos, o en un horno se calientan fluidos, éstos circulan a través de haces de tubos apoyados sobre una superficie refractaria. Las superficies resultantes no se adaptan al cálculo de recintos radiantes establecido en el capítulo 2, que supone superficies planas, por lo que interesa sustituirlas por unas superficies planas equivalentes. Lo mismo ocurre si se emplean resistencias eléctricas cilíndricas.

Para resolver este problema primero analizaremos la transferencia radiante entre dos superficies grises que formen un recinto con una tercera rerradiante. Sea inicialmente un recinto de dos superficies lambertianas 1 y 2, el caudal neto de calor radiante (potencia) a través de la superficie 1 será la diferencia entre la radiación que llega y la que sale de la misma, o sea, por definición de flujo geométrico y de radiosidad:

$$q_{1_{\text{neto}}} = F_{2-1} A_2 J_2 - F_{1-2} A_1 J_1 = G_{2-1} J_2 - G_{1-2} J_1 \quad (14-1)$$

pero, por el principio de reciprocidad, (2-179),

$$G_{i-j} = G_{j-i} \quad (14-2)$$

y

$$q_{1_{\text{neto}}} = G_{1-2} (J_2 - J_1) \quad (14-3)$$

relación absolutamente general para superficies lambertianas.

Supongamos ahora que estas superficies son planas¹ y que formamos un nuevo recinto añadiendo una tercera superficie r perfectamente calorifugada, por lo que será rerradiante² y $G_r - J_r = 0$. Tendremos:

$$q_{1_{\text{neto}}} = A_1 (G_1 - J_1) = (G_{1-2}J_2 + G_{1-r}J_r) - A_1J_1 \quad (14-4)$$

y en la superficie rerradiante:

$$q_{r_{\text{neto}}} = 0 = (G_{1-r}J_1 + G_{2-r}J_2 + G_{r-r}J_r) - A_rJ_r \quad (14-5)$$

con

$$A_1 = G_{1-2} + G_{1-r} \quad (14-6)$$

pues $G_{1-1} = 0$, al ser plana la superficie 1, y

$$A_r = G_{1-r} + G_{2-r} + G_{r-r} \quad (14-7)$$

Teniendo en cuenta estas dos relaciones, despejando J_r de (14-5),

$$J_r = \frac{G_{1-r}J_1 + G_{2-r}J_2}{G_{1-r} + G_{2-r}} \quad (14-8)$$

y sustituyendo en (14-4),

$$q_{1_{\text{neto}}} = \left(G_{1-2} + \frac{1}{\frac{1}{G_{1-r}} + \frac{1}{G_{2-r}}} \right) (J_2 - J_1), \quad W \quad (14-9)$$

expresión que, comparada con la (14-3), nos muestra que el efecto de la superficie rerradiante es aumentar la transferencia entre las dos superficies grises, lo que es lógico, pues una superficie rerradiante es aislante. Por analogía con (14-2),

$$\left(G_{1-2} + \frac{1}{\frac{1}{G_{1-r}} + \frac{1}{G_{2-r}}} \right) = \bar{G}_{1-2} = \bar{F}_{1-2} A_1 = \bar{F}_{2-1} A_2 = \bar{G}_{2-1} \quad (14-10)$$

de forma que para las tres superficies, si una de ellas es rerradiante, podemos escribir una fórmula análoga a la (14-3) que dimos para dos superficies lambertianas:

¹ $F_{i-i} = 0$.

2

$$J_r = \epsilon_r (5,67) \left(\frac{T_r}{100} \right)^4 + (1-\epsilon) G_{2-r} = G_r \quad \text{o sea} \quad G_r = (5,67) \left(\frac{T_r}{100} \right)^4 = J_r$$

$$q_{1_{\text{neto}}} = \bar{G}_{1-2} (J_2 - J_1) \quad , \quad W \quad (14-11)$$

Cuando el comportamiento radiante de las superficies 1 y 2 se pueda aproximar por K bandas grises tendremos:

$$q_{1_{\text{neto}}} = \bar{G}_{1-2} \left(\sum_{k=1}^K J_2^k - \sum_{k=1}^K J_1^k \right) \quad , \quad W \quad (14-12)$$

Se puede interpretar \bar{G}_{i-j} como la potencia total que procedente de una superficie i alcanza otra j, por unidad de diferencia de radiosidades (W/m^2) de ambas superficies y en presencia de una superficie rerradiante³. Para este factor se verifica, como justifica (14-10), la relación de reciprocidad:

$$\bar{G}_{1-2} = \bar{G}_{2-1} \quad (14-13)$$

Veamos como podemos expresar la potencia neta (14-11) en función de las temperaturas de las superficies 1 y 2, en el caso que estas sean grises. Sabemos que, conocidas las J_i , con la ecuación (2-147) se obtienen las potencias radiantes netas a través de las distintas superficies que forman un recinto gris en estado estacionario. Si el recinto está formado por dos superficies grises y una tercera rerradiante, para las dos primeras tendremos:

$$q_{1_{\text{neto}}} = A_1 \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \left[J_1 - 5,67 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] \quad , \quad W \quad (14-14)$$

$$q_{2_{\text{neto}}} = A_2 \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \left[J_2 - 5,67 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (14-15)$$

pero al tener una tercera superficie rerradiante, por (14-11), también,

$$q_{1_{\text{neto}}} = \bar{G}_{1-2} (J_2 - J_1)$$

lo que, por la conservación de la energía, nos permite establecer, al hallarnos en estado estacionario,

$$\begin{aligned} q_{1_{\text{neto}}} &= A_1 \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_1} \left[J_1 - 5,67 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] = - q_{2_{\text{neto}}} = \\ &= - A_2 \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \left[J_2 - 5,67 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \bar{G}_{1-2} (J_2 - J_1) \end{aligned} \quad (14-16)$$

o bien,

³Obsérvese que \bar{G}_{i-j} es mayor que G_{1-2} , confirmando que la presencia de la superficie rerradiante aumenta la potencia transferida entre las dos superficies iniciales. Asimismo se ve que la fórmula (14-11) es lógica, ya que la superficie rerradiante no aporta energía al sistema.

$$q_{1_{\text{neto}}} = \frac{J_1 - 5,67 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}} = \frac{-J_2 + 5,67 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{\frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{\bar{G}_{1-2}}} \quad (14-17)$$

Sumando antecedentes y consecuentes, eliminamos las radiosidades J_i y obtenemos:

$$q_{1_{\text{neto}}} = \frac{5,67}{\frac{1}{A_1 \varepsilon_1} - \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + \frac{1}{\bar{G}_{1-2}}} \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] \quad (14-18)$$

fórmula que escribiremos⁴:

$$q_{1_{\text{neto}}} = A_1 \mathcal{F}_{1-2} 5,67 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (14-19)$$

siendo

$$\mathcal{F}_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + \frac{1}{\bar{F}_{1-2}}} \quad (14-20)$$

el *factor de transferencia de Hottel*, citado en el capítulo 2 y $A_i \mathcal{F}_{i-j} = \mathcal{S}_{i-j}$, un flujo geométrico que podemos definir, de forma análoga a como hicimos con G_{i-j} , como la fracción de la diferencia de poderes emisivos negros que se transfiere en el caso de que las superficies sean grises. Con \mathcal{F}_{i-j} y \mathcal{S}_{i-j} también se verifica la relación de reciprocidad.

Ejemplo 14.1⁵

Suponiendo materiales adecuados para resistir las temperaturas indicadas, sea un tubo de diámetro exterior 0,25 m y emitancia gris igual a 0,6, que pasa por una cámara refractaria cúbica de dimensión interior 0,5 m de arista, cuyas paredes se mantienen calientes a 2.260 K, con lo que en estado estacionario la pared del tubo está a 1.460 K. Calcúlese la potencia absorbida por el tubo.

Prosiguiendo con la búsqueda del artificio para asimilar las superficies de tubo situados en un plano a un plano liso, ahora consideraremos un haz de tubos grises t frente a una pared r de una cámara, con un plano imaginario i que los cubra⁶, figura 14.1,

⁴Compárese también con la fórmula (2-273).

⁵ Rohsenow, W.M. y H.Y. Choi, *Heat, Mass and Momentum Transfer*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1961, pp. 349-350.

⁶Recuérdese el ejemplo 2.23 del primer volumen.

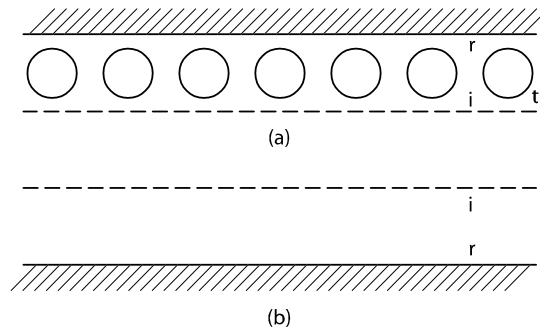


Figura 14.1. a) Recinto interno ideal (longitud y anchura infinitas) formado por la pared refractaria de respaldo r, los tubos t y el plano imaginario i, donde $A_i = A_r$. b) Recinto externo con el plano imaginario i, que representa el conjunto refractario-tubos y el resto de la cámara.

El plano i, cuya cara externa sustituye al haz t, en su cara interna se comporta como una cavidad frente a los tubos, a la misma temperatura que estos, con lo que $\epsilon_i = \epsilon_t = 1$ y, según (14-14),

$$J_i = 5,67 \left(\frac{T_i}{100} \right)^4, \quad \frac{W}{m^2} \quad (14-21)$$

y, al tratarse el recinto interior de uno de tres superficies (i, t y r), una de ellas rerradiante (la r), la potencia que enviarán los tubos t al plano i será:

$$G_i A_i = A_t \mathcal{F}_{t-i} 5,67 \left(\frac{T_t}{100} \right)^4 = A_i \mathcal{F}_{i-t} 5,67 \left(\frac{T_t}{100} \right)^4 \quad (14-22)$$

pero en el recinto exterior el plano i, considerado gris, enviaría una potencia, igual a la que recibe al hallarnos en estado estacionario, dada por la fórmula:

$$G_i A_i = A_i \epsilon_{\text{ficticia}} 5,67 \left(\frac{T_t}{100} \right)^4 \quad (14-23)$$

Igualando ambas expresiones vemos que el haz de tubos es equivalente a un plano gris a la misma temperatura que los tubos, de área A_i y emitancia⁷

$$\epsilon_{\text{ficticia}} = \epsilon_{\text{ef.}} = \mathcal{F}_{i-t} = \frac{1}{\frac{A_i}{A_t} \left(\frac{1}{\epsilon_t} - 1 \right) + \frac{1}{\mathcal{F}_{i-t}}} \quad (14-24)$$

Si el haz es de una sola fila

$$\epsilon_{\text{ficticia}} = \epsilon_{\text{ef.}} = \mathcal{F}_{i-t} = \frac{1}{\frac{P}{\pi D} \left(\frac{1}{\epsilon_t} - 1 \right) + \frac{1}{\mathcal{F}_{i-t}}} = \frac{1}{\frac{B}{\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_t} - 1 \right) + \frac{1}{\mathcal{F}_{i-t}}} \quad (14-25)$$

y si es de dos,

⁷Recuérdese que $\epsilon_i = 1$.

$$\varepsilon_{\text{ef.}} = \frac{1}{\frac{B}{2\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 \right) + \frac{1}{\bar{F}_{i-t}}} \quad (14-26)$$

Como las superficies i, r, y t de la figura 14.1a forman un recinto, de (14-10) se desprende que \bar{F}_{i-t} vale

$$\begin{aligned} \bar{F}_{i-t} &= \frac{\bar{G}_{i-t}}{A_i} = F_{i-t} + \frac{1}{\frac{1}{F_{i-r}} + \frac{A_i}{F_{t-r} A_t}} = F_{i-t} + \frac{1}{\frac{1}{F_{i-r}} + \frac{A_r F_{r-t}}{F_{t-r} A_t F_{r-t}}} = \\ &= F_{i-t} + \frac{1}{\frac{1}{1 - F_{i-t}} + \frac{1}{F_{i-t}}} = F_{i-t}(2 - F_{i-t}) \end{aligned} \quad (14-27)$$

pues si las dimensiones del haz son muy grandes,

$$A_i \approx A_r \quad (14-28)$$

y $G_{i-t} = F_{i-t} A_i$ etc.

De este modo (14-25) y (14-26) se sintetizan en la fórmula:

$$\varepsilon_{\text{ef.}} \approx \frac{1}{\frac{1}{F_{i-t}(2 - F_{i-t})} + \frac{B}{n_{\text{filas}} \pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 \right)} \quad (14-29)$$

El factor de visión F_{i-t} , entre el resto de la cámara de combustión, representada por el plano i, y los tubos t, se puede calcular mediante la aplicación VISION (véase el ejemplo siguiente).

Ejemplo 14.2⁸

Se calienta una cámara de horno de forma de paralelepípedo rectangular de base 8 por 10 ft y altura 6 ft, mediante la combustión de gas dentro de tubos radiantes verticales que cubren las paredes laterales de 10 ft de ancho por 6 ft de altura. Los tubos tienen 0,127 m (5 in) de diámetro exterior sobre centros de 0,305 m (12 in). El material a calentar (carga) forma un plano continuo sobre la solera, de 5 ft de anchura y 10 de longitud dejando libres 1,5 ft a cada lado. El techo y las paredes de los extremos son de material refractario.

Los tubos radiantes y el material de la carga son cuerpo calor s grises que tienen unas emitancias de 0,8 y 0,9, respectivamente ¿Cuál es la potencia neta (calor) transferida a la carga por radiación, cuando la temperatura media de la superficie del tubo es de 816 °C (1500°F) y la de la superficie del material 649°C (1200 °F)?

Dado que la longitud normal de los haces es muy grande respecto al diámetro de los tubos, se puede hallar

⁸Manual del Ingeniero Químico, (7ª edición, cuarta en español) Mc GraW-Hill, Madrid 2001, Volumen I, Ejemplo 5, p. 5-39.

analíticamente una expresión aproximada⁹ para F_{t-t} con el método de los hilos tensos de Hottel, fórmula (2-184):

$$F_{1-2} = \frac{\text{suma de hilos cruzados} - \text{suma de hilos no cruzados}}{(2)(\text{longitud de } l)}$$

lo que, al suponer la longitud de los tubos infinita, da valores por exceso del factor de visión. A su vez, con el álgebra del factor de visión se puede calcular F_{t-t} (véase el ejemplo 14.3).

Ejemplo 14.3:

El cálculo analítico del factor de visión entre tubos contiguos de un haz plano de dimensiones ilimitadas se propone en el problema para resolver 2.31 a).

- a) Resuélvase aquí y aplíquese a los tubos del ejemplo 14.2
- b) Calcúlese el valor de F_{t-t} con la aplicación VISION y los datos del ejemplo 14.2
- c) Analícese el efecto de la longitud del haz sobre su valor
- d) Calcúlese con el valor analítico de F_{t-t} la emitancia de la superficie con tubos del ejemplo 14.2 y compárese con los obtenidos numéricamente.

El montaje que acabamos de ver, haz respaldado por una superficie rerradiante, figura 14.2a, permite obtener la mayor transferencia con unas dimensiones dadas de cámara, pero crea un gradiente de temperatura circunferencial importante en los tubos, con un máximo en el arista frontal frente a la cámara y un mínimo en la dorsal frente a la pared refractaria, lo que es perjudicial para el material de los tubos. Si se quiere minimizar este efecto, se colocan los tubos en el plano medio de la cámara, figura 14.2b, con lo que la temperatura es mucho más uniforme circunferencialmente. Por otro lado, para aumentar la eficiencia del haz, también se utilizan haces de doble fila, al tresbolillo, aunque esto agrava el problema de los gradientes de temperatura, por lo que no se usan más de dos filas. Así, para los haces en cámaras de combustión existen las cuatro disposiciones corrientes mostradas en la figura 14.2.

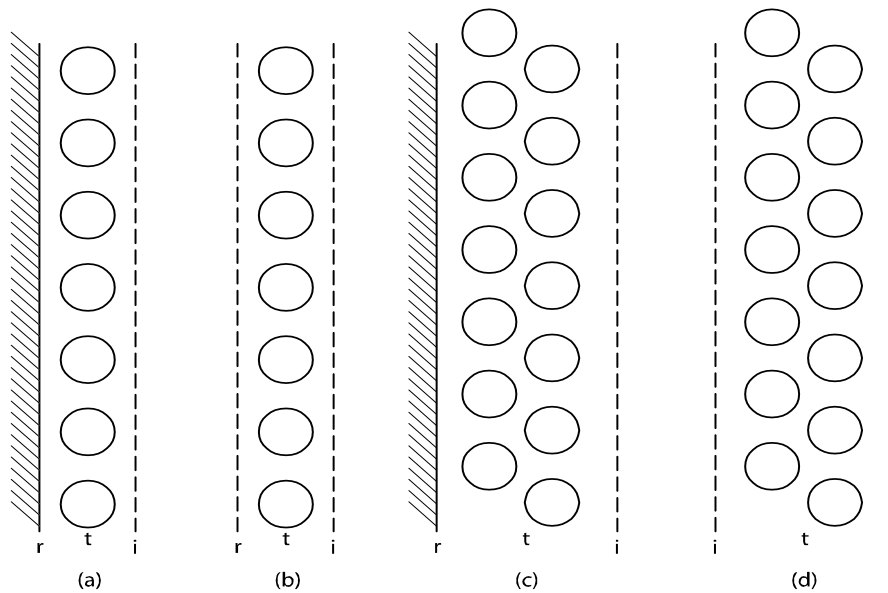


Figura 14.2. Configuraciones corrientes de haces de tubos en cámaras refractarias. El plano i es de área $(N - 1)PL + DL$.

a) Plano r superficie refractaria rerradiante. Este caso corresponde a la fórmula (14-25),

⁹Exacta para el haz de la figura 14.1a.

$$\varepsilon_{\text{ef.}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{F}_{i-t}} + \frac{B}{\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 \right)}$$

b) Haz de tubos solitario en el centro de la cámara, supuesta una cavidad isoterma con una emitancia del plano equivalente:

$$\varepsilon_{\text{ef.}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{F}_{i-t}} + \frac{B}{\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 \right)} \quad (14-30)$$

Esta expresión se deduce inmediatamente de la fórmula (14-25) teniendo en cuenta que al ser $A_r = 0$, de (14-27) se desprende que $\bar{F}_{i-t} = F_{i-t}$. También se obtiene de la (2-273) del capítulo 2, haciendo coincidir la superficie 1 de la misma con el plano i y la 2 con la sección media del haz de tubos.

c) La misma situación que en a) pero con dos filas de tubos situadas al tresbolillo con un paso triangular regular. Se aplica (14-26),

$$\varepsilon_{\text{ef.}} = \frac{1}{\frac{B}{2\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 \right) + \frac{1}{\bar{F}_{i-t}}}$$

con F_{i-t} obtenido con la aplicación VISION.

d) La misma situación que en el caso b) pero con dos filas de tubos situadas al tresbolillo con un paso triangular regular. Observando que el plano medio del haz lo es de simetría y, por tanto, aislante el caso lo resolveremos mediante la fórmula (14-32) y el valor de F_{i-t} obtenido en el caso a).

Aunque se han dado fórmulas analíticas¹⁰ y gráficos¹¹ para resolver todos estos casos, estos valores los obtendremos numéricamente con la aplicación VISION, como ya hemos visto en los ejemplos 14.3 y 14.2.

Ejemplo 14.4:

a) Compruébense con la aplicación VISION los valores del factor de visión, F_{i-t} , entre el plano imaginario i, situado frente a un haz t de dos filas de tubos de 48 mm de diámetro dispuestos al tresbolillo con un paso de 120 mm y las restantes dimensiones infinitas, y los tubos del haz, para los tubos de la primera fila, los de la segunda y la totalidad del haz, dados por el catálogo de factores de visión de Howell¹².

b) Cálculase la emitancia efectiva del plano imaginario i que sustituye al haz de tubos de 5 in. de diámetro exterior del ejemplo 14.2, si están dispuestos en doble fila al tresbolillo con el mismo paso (12 in.) y compárese con el valor para una sola fila hallado en el citado ejemplo.

14.1-2 Recinto gris con un gas gris participante. Aplicaciones HOTTEL y GRISCONGAS

¹⁰Hottel, Hoyt C., "Flux Distribution around Tubes in the Radiant Section of Processing Furnaces", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 22 (1983), pp. 153-163.

¹¹*Manual del Ingeniero Químico*, (7ª edición, cuarta en español) Mc Graw-Hill, Madrid 2001, Volumen I, Figura 5.17, p. 5-37.

¹²Howell, John R.: *Catalog of Radiation Configuration Factors*, Mc Graw Hill, New York, 1982, caso C-68, p. 151.

Sea en un recinto una *superficie radiante gris* i (lambertiana, isoterma y opaca), rodeada de otras también grises, a distintas temperaturas y con un gas homogéneo participante, gris¹³ e isoterma¹⁴, interpuesto entre ellas. La irradiación que recibirá cada superficie i será la suma de las fracciones de la radiosidad que las restantes superficies le envían, menos las fracciones de dichas radiosidades absorbidas por el gas interpuesto, más la emisión del mismo. Determinaremos pues, la irradiación G_i , teniendo en cuenta que la radiosidad que le llega de las otras superficies ha sido parcialmente absorbida por el gas y que la emisión de este último¹⁵ dirigida hacia A_i , la repartimos proporcionalmente a la que manda cada superficie, lo que equivale a suponer que se efectúa por la capa de gas enfrentada a la misma superficie, véase la figura 14.3.

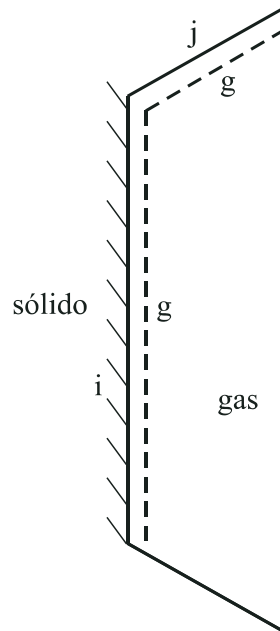


Figura 14.3. Recinto con un gas participante homogéneo.

De este modo, cada m^2 de A_i , se corresponde a uno de la interfaz con el gas adjudicado a la superficie y la irradiación provocada por el gas es igual a su poder emisivo. Así tendremos:

$$\begin{aligned} G_i &= \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j - \alpha_{gj} \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j + \sum_{j=1}^N F_{i-j} E_{gj} = \\ &= \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j (1 - \alpha_{gj}) + E_{gj} \end{aligned} \quad (14-31)$$

pues G_{gj} es un valor único. Con esta expresión, a partir de (2-127) podremos escribir:

$$\begin{aligned} J_i &= E_i + \rho_i G_i = \epsilon_i E_{bi} + (1 - \epsilon_i) \left[\sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j (1 - \alpha_{gj}) + E_{gj} \right] = \\ &= \epsilon_i 5,67 \left(\frac{T_i}{100} \right)^4 + (1 - \epsilon_i) \left[\sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j (1 - \alpha_{gj}) + \epsilon_g 5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \end{aligned} \quad (14-32)$$

¹³La hipótesis de gas gris es muy inexacta pero veremos como con el método propuesto su imprecisión se neutraliza.

¹⁴Con lo que no existirá autoabsorción neta.

¹⁵Recuérdese que las características de la radiación corresponden exclusivamente a las del origen.

siendo α_{g_i} la absorbancia de la radiación emitida a T_i y absorbida a T_g , y ϵ_g le emitancia del gas gris a T_g . Por otro lado sabemos que se verifica también la relación(2-147):

$$q_i = A_i \frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i} \left[J_i - 5,67 \left(\frac{T_i}{100} \right)^4 \right], \quad W$$

Con un razonamiento paralelo podemos calcular el calor *absorbido* por el gas:

$$\begin{aligned} q_g &= \sum_{i=1}^N A_i \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j \alpha_{g_i} - \sum_{i=1}^N A_i \epsilon_g 5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 = \\ &= \sum_{i=1}^N A_i \left[\sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j \alpha_{g_i} - \epsilon_g 5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \end{aligned} \quad (14-33)$$

Si las paredes de la cámara están a temperaturas parecidas y suponemos que $\alpha_{g_i} = \alpha_g$, es sólo función de la temperatura del gas, las ecuaciones se simplifican:

$$J_i = \epsilon_i 5,729 \left(\frac{T_i}{100} \right)^4 + (1 - \epsilon_i) \left[(1 - \alpha_g) \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j + \epsilon_g 5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \quad (14-34)$$

y

$$q_g = \sum_{i=1}^N A_i \left[\alpha_g \sum_{j=1}^N F_{i-j} J_j - \epsilon_g 5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \quad (14-35)$$

Para el cálculo de la emitancia y las absorbancias grises (medias) que aparecen en las fórmulas anteriores, emplearemos el método aproximado de Hottel,¹⁶ que expondremos a continuación. De este modo, la metodología se aplica con las propiedades radiantes del gas basadas exclusivamente en medidas experimentales y por ello, a pesar de ignorar la forma real de la radiación gaseosa, véase más adelante, da resultados utilizables en la práctica.

Hottel, con sus alumnos del *Massachusetts Institute of Technology*, recopiló y efectuó medidas experimentales de la potencia radiante transferida entre un gas (CO_2 y H_2O) isoterma, a T_g , contenido en una semiesfera y una superficie negra elemental, a una temperatura T_s distinta, situado en el centro de la misma. Con estas medidas pudo definir la emitancia *gris* del gas como

$$\epsilon_g = \frac{\left(\frac{q}{A} \right)_{g-s}}{5,67 \left(\frac{T_g}{100} \right)^4} \quad (14-36)$$

y su absorbancia

¹⁶Hottel, H.C., en el Capítulo 4 de Mc Adams, William H. *Transmisión de Calor*, 3ª Edición, Mc Graw Hill Book Co-Ediciones Castillo, New York-Madrid, 1964, pp. 85-93.

$$\alpha_{g-s} = \frac{\left(\frac{q}{A}\right)_{s-g}}{5,67 \left(\frac{T_s}{100}\right)^4} \quad (14-37)$$

Estos valores fueron correlacionados en función del producto de la presión parcial del gas por el radio de la semiesfera y la temperatura y la presión total de la fase gaseosa. Análogamente correlacionó las absorbancias, incluyendo la temperatura de la superficie negra. Hottel demostró que para las condiciones corrientes en técnica, estos resultados eran utilizables para otras geometrías, calculando para las mismas una distancia, L , tal que toda la masa gaseosa del volumen considerado, situada a la misma, produjese la misma potencia radiante sobre la superficie, que se puede calcular efectuando la suma de todas las emisiones volumétricas elementales por el factor de visión de cada uno de ellos respecto a la superficie considerada¹⁷. Los valores de las emitancias y absorbancias obtenidos mediante el procedimiento de Hottel, son los que utilizaremos en las ecuaciones (14-32) y (14-33) o (14-34) y (14-35) para la obtención de valores numéricos.

Veamos la determinación aproximada de longitud media del haz radiante. Dada la fórmula (2-31) del capítulo 2, que da el valor medio de la potencia transportada por un haz de rayos monocromático, en un intervalo de tiempo:

$$\dot{W}_{\text{media}} = |\mathcal{S}|_{\text{medio}} = \frac{n}{2 c_0 \mu} E_{\nu_0}^2 \exp\left(-\frac{4\pi k}{\lambda} x\right) \quad (14-38)$$

la relación entre la potencia en un punto origen y la misma después de recorrer, en el seno de un medio que no emita ni disperse, una distancia x , o sea, la transmitancia espectral τ_λ de una capa de espesor x , del medio en cuestión, será:

$$\tau_\lambda = \frac{\dot{W}_{\text{media}}}{\dot{W}_{\text{inicial}}} = \frac{|\mathcal{S}|_{\text{medio}}}{|\mathcal{S}|_{\text{inicial}}} = \exp\left(-\frac{4\pi k}{\lambda} x\right) = \exp(-K_{a_\lambda} x) \quad (14-39)$$

siendo K_{a_λ} el coeficiente de absorción volumétrico espectral, en 1/m. Si consideramos un gas participante diluido en otro no participante¹⁸, admitiremos que la autoemisión y la dispersión son despreciables, con lo que podremos aplicar el balance de energía espectral usando la expresión (14-39):

$$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - \exp(-K_{a_\lambda} x) = \varepsilon_\lambda \quad (14-40)$$

de acuerdo con el cuarto teorema de Kirchhoff.

Si el argumento de la exponencial es pequeño, desarrollándola en serie y tomando dos términos, tendremos aproximadamente,

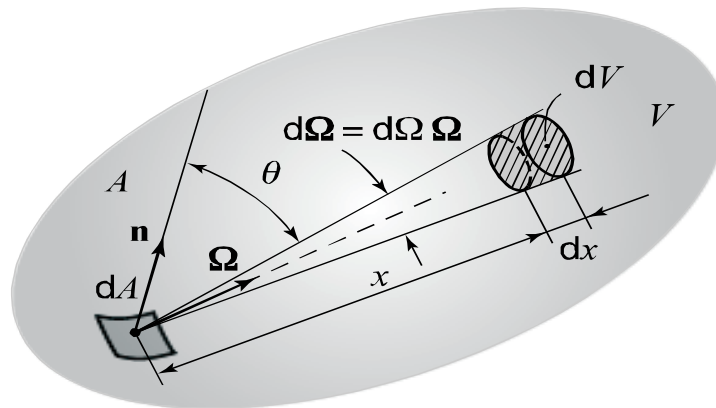
$$\varepsilon_\lambda = 1 - \exp(-K_{a_\lambda} x) \approx K_{a_\lambda} x \quad (14-41)$$

Dado un volumen gaseoso envuelto por una superficie definida por una dimensión característica D , sea dV en el citado medio, la fracción de radiación monocromática que lo abandona y alcanza un elemento dA de la superficie, en contacto con el gas, véase la figura 14.4 y el apartado 2.3-7.1 del capítulo 2, es

$$dq_\lambda = dI_\lambda \cdot d\Omega \, dA = I_{b_\lambda} \mathbf{n} \cdot d\Omega \, d\varepsilon_\lambda \, dA \quad (14-42)$$

¹⁷Schmidt, E. "Die Berechnung der Strahlung von Gasräumen", *Z. Ver. Deut. Ingr.*, Vol. 77 (1933), pp. 1162-1164.

¹⁸Esto corresponde cuantitativamente a $PL_m \rightarrow 0$, véase más adelante.

Figura 14.4. Superficie A que envuelve un volumen V .

pero, de acuerdo con (14-40),

$$d\epsilon_{\lambda} = K_{a_{\lambda}} dx \quad (14-43)$$

y como la intensidad de una superficie negra es difusa,

$$dq_{\lambda} = \frac{E_{b\lambda}}{\pi} \cos\theta K_{a_{\lambda}} dx d\Omega dA \quad (14-44)$$

pero multiplicando y dividiendo por x^2 y dado que el volumen del elemento es igual a la sección ($x^2 d\Omega'$) por la longitud (dx), tendremos

$$dq_{\lambda} = \frac{E_{b\lambda}}{\pi} K_{a_{\lambda}} dV d\Omega' \quad (14-45)$$

siendo $d\Omega' = dA/x^2$, el ángulo sólido desde el que dV ve a dA .

Ahora debemos integrar desde dA en todas las direcciones para cubrir el volumen total,

$$dq_{\lambda} = \frac{E_{b\lambda}}{\pi} K_{a_{\lambda}} dV \int_0^{4\pi} d\Omega' = 4 E_{b\lambda} K_{a_{\lambda}} dV \quad (14-46)$$

y después volver a integrar todos los elementos de volumen envueltos por la superficie A . Así se obtiene

$$q_{\lambda} = 4 E_{b\lambda} K_{a_{\lambda}} \int_0^V dV = 4 E_{b\lambda} K_{a_{\lambda}} V \quad (14-47)$$

La potencia anterior también se puede calcular en función de una emitancia media:

$$q_{\lambda} = \bar{\epsilon}_{\lambda} E_{b\lambda} A \quad (14-48)$$

Igualando ahora (14-47) y (14-48), vemos que ha de ser

$$\bar{\epsilon}_\lambda = \frac{4V}{A} K_{a_\lambda} \quad (14-49)$$

Si ahora definimos una distancia media L_m , tal que toda la masa gaseosa situada a la misma, produjese la misma irradiación sobre la superficie que la suma de todas las emisiones volumétricas elementales por el factor de visión de cada uno de ellos respecto a la superficie considerada, de acuerdo con (14-43) la emitancia media sería:

$$\bar{\epsilon}_\lambda = \int_0^X K_{a_\lambda}(x) dx = K_{a_\lambda} L_m \quad (14-50)$$

y, comparando con (14-49), deducimos que dicha distancia media valdrá:

$$L_m = \frac{4V}{A} \quad (14-51)$$

siendo V el volumen ocupado por el gas y A el área de la superficie que lo envuelve, véase la figura 14.4.

Aunque la deducción se haya realizado en términos espectrales, al ser geométrica, es válida para valores medios, o grises.

El tratamiento más riguroso de Schmidt citado, basado en la metodología para calcular los factores de visión difusos expuesta en el apartado 2.3-7.1, conduce a los resultados mostrados en la tabla 14.1 para algunas configuraciones simples. De todos modos, en los casos no cubiertos por la tabla, para determinar L se puede utilizar (14-51) con un coeficiente de corrección entre 0,8 y 0,95 (para cámaras aproximadamente paralelepípedicas se recomienda 0,88).

La aplicación HOTTEL efectúa el cálculo de las emitancias y absorbancias del vapor de agua y del dióxido de carbono, tanto en su forma pura como en mezcla como gas de combustión, de acuerdo con los gráficos de Hottel, aproximados con fórmulas.¹⁹ La aplicación utiliza como unidades bar para las presiones, kelvins para las temperaturas y metros para el parámetro L_m , dado por la tabla 14.1. Para la opción "Gases de combustión" no se considera el efecto de la presión y los resultados son tan sólo válidos para la presión atmosférica.

Para la opción "emitancias y absorbancias puras" la variable T corresponde a la elección entre dos fórmulas, según que la temperatura del gas o de la superficie sea menor que 700 K o mayor que 750.

El balance de energía correspondiente a recintos definidos por las ecuaciones anteriores lo resuelve, considerando las superficies como planos lisos con las emitancias ficticias que hemos expuesto, la aplicación GRISCONGAS.

Ejemplo 14.5²⁰

Calcúlense la emitancia y la absorbancia de unos gases de combustión que contienen un 6% de dióxido de carbono y un 11% de vapor de agua y que circulan a través de un haz de tubos de 4 in de diámetro exterior, dispuestos al tresbolillo con un paso regular de 8 in, si en una sección el gas está a 964 K y una atmósfera, y los tubos a 686 K.

Ejemplo 14.6²¹

Un gas que se desplaza a poca velocidad por un conducto de paredes negras que están a 800 K. El gas está a 1.600 K y 3 atm., de modo que su emitancia, en estas condiciones, es de 0,194 y su absorbancia de 0,353, ¿cuál es el flujo de radiación sobre las paredes de conducto?

¹⁹Leckner, B., "Espectral and Total Emissivity of Water Vapor and Carbon Dioxide", *Combustion and Flame*, Vol. 19 (1972), pp. 33-48.

²⁰*Manual del Ingeniero Químico*, (7ª edición, cuarta en español) Mc GraW-Hill, Madrid 2001, Volumen I, Ejemplo 6, p. 5-43.

²¹Mills, Anthony F. *Transferencia de Calor*, Versión castellana de Sergio de Régules Ruiz-Funes, Eduardo Muñoz Tomás y Victor Hugo Del Valle Muñoz, IRWIN, México 1994, p. 596.

Ejemplo 14.7²²

Dos placas planas paralelas, de grandes dimensiones, encierran un gas gris de emitancia, igual a la absorbancia, igual a 0,4. Si una placa, de emitancia 0,8, está a 1.200 K y la otra, de emitancia 0,7, a 800 K, ¿qué cambio en el flujo de calor radiante entre las dos placas respecto al vacío, provoca el gas interpuesto?

Ejemplo 14.8

Si, para evitar la oxidación de la carga, en el interior del horno del ejemplo 14.2 se mantiene a 1 bara un gas que contiene un 25% de dióxido de carbono, siendo el resto nitrógeno y algo de oxígeno ¿a qué temperatura media deberán estar las superficies de los tubos para que se suministre la misma potencia que cuando en el interior había aire, a la carga, manteniéndose la temperatura de ésta (922 K)?

Ejemplo 14.9²³

Los productos de la combustión de octano (C_8H_{18}) con 150% del aire estequiométrico se introducen a 1.366,7 K y 1, 2 atmósferas en un tubo 76,2 mm de diámetro y paredes negras, a 505,6 K.

¿Cuánto valen:

- la emitancia y la absorbancia de los gases de combustión
- el flujo de calor radiante en la pared del tubo?

TABLA 14.1. Longitud media del haz para la radiación emitida por un gas²⁴ [$L_m = (\text{factor})(D)$].

n°	Forma	Dimensión D	Factor por el que hay que multiplicar D	Factor por el que hay que multiplicar D
	Geometría	D	$P_G L_m = 0$	$P_G L_m$ medio
1	Esfera	Diámetro	0,67	0,63
2	Cilindro	Diámetro	1	0,94
3	Semicilindro, radiando al centro de la base	Diámetro	1	0,9
4	Semicilindro, radiando a la superficie completa	Diámetro	0,81	0,65
5	Prisma cilíndrico, $H = D$ radiando al centro de la base	Diámetro	0,76	0,71
6	Prisma cilíndrico, $H = D$ radiando a la superficie completa	Diámetro	0,67	0,6

²²Mills, Anthony F. *Transferencia de Calor*, Versión castellana de Sergio de Régules Ruiz-Funes, Eduardo Muñoz Tomás y Victor Hugo Del Valle Muñoz, IRWIN, México 1994, pp. 598-600.

²³Welty, James R. *Transferencia de calor aplicada a la ingeniería*, traducción de Sergio Fernández Everest, revisión de Gerardo Hiriarte Le Bert y José Luis Fernández Zayas, Editorial Limusa, Mexico, 1978, Ejemplo 6.15, p. 391.

²⁴*Manual del Ingeniero Químico*, (7ª edición, cuarta en español) Mc GraW-Hill, Madrid 2001, Volumen I, Tabla 5.7, p. 5-41.

7	Prisma cilíndrico, $H = D/2$ radiando al extremo	Diámetro	0,47	0,43
8	Prisma cilíndrico, $H = D/2$ radiando a la superficie lateral	Diámetro	0,52	0,46
9	Prisma cilíndrico, $H = D/2$ radiando a toda la superficie	Diámetro	0,5	0,45
10	Prisma cilíndrico, $H = 2 D$ radiando al extremo	Diámetro	0,73	0,6
11	Prisma cilíndrico, $H = 2 D$ radiando a la superficie lateral	Diámetro	0,82	0,76
12	Prisma cilíndrico, $H = 2 D$ radiando a toda la superficie	Diámetro	0,8	0,73
13	Semicilindro con la cara plana conteniendo el eje, radiando a un punto sobre la cara plana	Diámetro		1,26
14	Cubo	Arista	0,67	0,6
15	Prisma paralelepípedo 1:1:4 radiando sobre la cara (1)(4)	Menor arista	0,9	0,82
16	Prisma paralelepípedo 1:1:4 radiando sobre la cara (1)(1)	Menor arista	0,86	0,71
17	Prisma paralelepípedo 1:1:4 radiando sobre toda la superficie	Menor arista	0,9	0,81
18	Prisma paralelepípedo 1:2:6 radiando sobre la cara (2)(6)	Menor arista	0,86	0,71
19	Prisma paralelepípedo 1:2:6 radiando sobre la cara (1)(6)	Menor arista	0,89	0,81
20	Prisma paralelepípedo 1:2:6 radiando sobre la cara (1)(2)	Menor arista	1,18	
21	Prisma paralelepípedo 1:2:6 radiando sobre toda la superficie	Menor arista	1,2	
22	Planos paralelos	Separación	2	1,76
23	Exterior de los tubos de un haz de paso triangular equilátero con $2D = P$	Separación $P - D$	3,4	2,8
24	Exterior de los tubos de un haz de paso triangular equilátero con $1,5D = P$	Separación $P - D$	4,45	3,8
25	Exterior de los tubos de un haz de paso cuadrado con $2D = P$	Separación $P - D$	4,1	3,5

