

# Crecimiento económico

Robert J. Barro | Xavier Sala-i-Martin



EDITORIAL  
REVERTÉ

Barcelona · Bogotá · Buenos Aires · Caracas · México

**Registro bibliográfico (ISBD)**

Barro, Robert J.

[Economic Growth. Español]

Crecimiento económico / Robert J. Barro, Xavier Sala-i-Martin ; versión española traducida por Gotzone Pérez Apilanez ; revisada por Robert Andrew Robinson y José Ramón de Espínola Salazar. – Versión española de la 2ª ed inglesa. – Barcelona : Reverté, 2009

XVIII , 660 p. : il. ; 25 cm.

Ed. orig.: Economic Growth. 2ª ed. Cambridge MIT Press, cop. 2004. – Índice.

B-27124-2009. – ISBN 978-84-291-2614-3.

1. Ciencia económica. I. Sala-i-Martin, Xavier. II. Pérez Apilanez, Gotzone, trad. III. Robinson, Robert, Andrew, rev. IV. Espínola Salazar, José Ramón de, rev. V. Título.  
330

*Título de la obra original:*

**Economic Growth. Second Edition**

*Edición original en lengua inglesa publicada en Estados Unidos por:*

**The MIT Press.** 55 Hyward Street. Cambridge, Massachusetts 02142-1315, USA  
Copyright © 2004 Massachusetts Institute of Technology

*Edición en español:*

© Editorial Reverté, S. A., 2009

ISBN: 978-84-291-2614-3

*Versión española traducida por:*

**Gotzone Pérez Apilanez**

Licenciada en Administración y Gestión de Empresas

Licenciada en Traducción e Interpretación

*Revisada por:*

**Robert Andrew Robinson**

**José Ramón de Espínola**

Profesores del Departamento de Economía

Universidad Pontificia Comillas

**Propiedad de:**

**EDITORIAL REVERTÉ, S. A.**

Loreto, 13-15. Local B

08029 Barcelona. ESPAÑA

Tel: (34) 93 419 33 36

Fax: (34) 93 419 51 89

reverte@reverte.com

www.reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

Impreso en España - *Printed in Spain*

Depósito Legal: B-27124-2009

Impreso por Liberdúplex, S.L.U.

Para Rachel

—*Robert J. Barro*

A la memòria dels meus estimats Joan Martín Pujol i Ramon Oriol Martín Montemayor

—*Xavier Sala-i-Martin*



## Prólogo

---

*¿Hay algo que pueda hacer el gobierno de la India para que su economía crezca como las de Indonesia o Egipto? Si la respuesta es sí, ¿qué exactamente? Si la respuesta es no, ¿qué ocurre en India que hace que así sea? Son asombrosas las consecuencias que para el bienestar de la humanidad entrañan preguntas como éstas: una vez que se empieza a pensar en ellas, resulta difícil pensar en cualquier otra cosa.<sup>1</sup>*

Robert E. Lucas, Jr. (1988)

En cierto sentido, los economistas siempre han sabido de la importancia del crecimiento. No obstante, en el núcleo de la disciplina, el estudio del crecimiento económico languidecía desde finales de los años 1960. Tras un lapso de dos décadas, este tipo de investigación renació a finales de los ochenta. La nueva investigación arrancó con los modelos de determinación del crecimiento a largo plazo, un área que hoy en día se conoce por el nombre de teoría del crecimiento endógeno. Otra reciente investigación amplió el viejo modelo neoclásico del crecimiento especialmente para obtener las implicaciones empíricas de convergencia entre economías. Este libro aúna los nuevos resultados con la exposición de la principal investigación surgida a partir de los años cincuenta y hasta principios de la década de 2000. El análisis hace hincapié en las implicaciones empíricas de las teorías y en la relación de estas hipótesis con los datos y pruebas empíricas. Esta combinación de teoría y trabajo empírico es el aspecto más estimulante de la investigación actual en el campo del crecimiento económico.

La introducción explica los motivos del estudio emprendido, resalta algunas regularidades empíricas claves del proceso de crecimiento y expone una breve historia de la teoría moderna del crecimiento. Los capítulos 1 y 2 analizan el modelo neoclásico del crecimiento, a partir de Solow-Swan en los años cincuenta pasando por Cass-Koopmans y Ramsey en los sesenta, hasta llegar a los más recientes perfeccionamientos del modelo. El capítulo 3 analiza ampliaciones del modelo incorporando el sector público, permitiendo costes de ajuste de la inversión, así como relaciones exteriores y modelos de familias con horizonte finito. Los capítulos 4 y 5 tratan las versiones de la teoría del crecimiento endógeno que se basan en ren-

---

1. Estas acertadas palabras de Lucas se han convertido probablemente en el fragmento más citado de la literatura del crecimiento. Resulta pues irónico (y se menciona muy poco) que, en las mismas fechas en las que Lucas redactaba su trabajo, India ya había empezado a crecer más deprisa que Indonesia o Egipto. Las tasas de crecimiento del PIB per cápita entre 1960 y 1980 fueron 3,2 % en Egipto, 3,9 % en Indonesia y 1,5 % en la India. Por el contrario, entre 1980 y 2000, las tasas de crecimiento del PIB per cápita fueron 1,8 % en Egipto, 3,5 % en Indonesia y 3,6 % en India. Así pues, parece ser que el gobierno de India ha superado el reto de Lucas, mientras que Egipto no.

dimientos constantes de los factores reproducibles. Los capítulos 6, 7 y 8 analizan modelos más recientes de progreso tecnológico e I+D, incluyendo ampliaciones de la variedad y la calidad de los productos y la difusión de la tecnología. El capítulo 9 tiene en cuenta la determinación endógena de la oferta de trabajo y la población, incluyendo modelos de migración, fertilidad y elección trabajo-ocio. El capítulo 10 analiza los principios básicos de la contabilidad del crecimiento y aplica este marco a los modelos de crecimiento endógeno. El capítulo 11 trata el análisis empírico por regiones, incluyendo los estados de EE. UU. y regiones de Europa y Japón. El capítulo 12 analiza las pruebas empíricas del crecimiento económico de un amplio grupo de países entre 1960 y 2000.

El libro está redactado para alumnos de primer año de tercer ciclo de economía. La primera edición ha sido ampliamente utilizada en cursos de tercer ciclo de Macroeconomía, Crecimiento económico y Desarrollo económico. La mayoría de los capítulos incluyen problemas que sirven de guía a los alumnos, desde ejercicios más rutinarios hasta ampliaciones de los modelos que exigen una mayor reflexión. Matemáticamente, se hace uso de ecuaciones diferenciales y técnicas de optimización dinámica, que se tratan en el apéndice matemático con el que se cierra el texto. El libro es útil en asignaturas optativas para alumnos de licenciatura que dominan este nivel matemático. La primera edición ha sido utilizada en este sentido en el mundo entero.

Hemos hecho buen uso de los comentarios y sugerencias de Daron Acemoglu, Philippe Aghion, Minna S. Andersen, Marios Angeletos, Elsa V. Artadi, Abhijit Banerjee, Paulo Barelli, Gary Becker, Olivier Blanchard, Juan Braun, Francesco Caselli, Paul Cashin, Daniel Cohen, Irwin Collier, Diego Comin, Michael Connolly, Michelle Connolly, Ana Corbacho, Vivek Dehejia, Marcelo Delajara, Gernot Doppelhoffer, Paul Evans, Rosa Fernandez, Monica Fuentes-Neira, Xavier Gabaix, Oded Galor, Victor Gomes Silva, Zvi Griliches, Gene Grossman, Christian Groth, Laila Haider, Elhanan Helpman, Toshi Ichida, Dale Jorgenson, Ken Judd, Jinill Kim, Michael Kremer, Phil Lane, Stephen Lin, Norman Loayza, Greg Mankiw, Kiminori Matsuyama, Sanket Mohapatra, Casey Mulligan, Kevin M. Murphy, Marco Neuhaus, Renger van Nieuwkoop, Sylvia Noin-McDavid, Joan O'Connell, Salvador Ortigueira, Lluís Parera, Pietro Peretto, Torsten Persson, Danny Quah, Climent Quintana, Rodney Ramchandran, Jordan Rappaport, Sergio Rebelo, Joan Ribas, Paul Romer, Joan Rossello, Michael Sarel, Etsuro Shioji, Chris Sims, B. Anna Sjögren, Nancy Stokey, Gustavo Suarez, Robert Tamura, Silvana Tenreyro, Merritt Tilney, Aaron Tornell, Nuri Ucar, Jaume Ventura, Martin Weitzman, Arthur Woll y Alwyn Young.

## Sobre los autores

**Robert J. Barro** es Robert C. Waggoner, profesor de Economía de la Universidad de Harvard. Es licenciado en Física por Caltech y doctor en Economía por Harvard. Ha ejercido la docencia en Rochester, Chicago y Brown. Es un señalado columnista del diario *Business Week*, miembro de la Hoover Institution de Stanford e investigador asociado del National Bureau of Economic Research. En 2003 fue elegido presidente de la Western Economic Association, entre 1997 y 1998 fue vicepresidente de la American Economic Association y entre 1994 y 1995 fue nombrado investigador (Houblon-Norman Research Fellow) del Banco de Inglaterra. Está casado con Rachel McCleary, junto a la que dirige el Proyecto Religión, Economía y Sociedad de la Universidad de Harvard.

**Xavier Sala-i-Martin** es profesor de Economía de la Universidad de Columbia y es profesor asociado de la Universidad Pompeu Fabra de Barcelona. Es licenciado en Ciencias por la Universitat Autònoma de Barcelona y doctor por la Universidad de Harvard. Es investigador asociado del National Bureau of Economic Research y del Center of European Policy Research. Es también columnista en el diario La Vanguardia de Barcelona y ha participado en numerosos programas del Canal 3 de la televisión catalana y Catalunya Radio. Es consejero económico senior del World Economic Forum (Foro económico mundial/internacional) y miembro del Consejo de la Fundación Catalunya Oberta. En 1992, 1995, 1998 y 1999 los estudiantes de Yale y Columbia le otorgaron el galardón Distinguished Teacher Award por sus clases de crecimiento económico.



# Índice de contenidos

---

Prólogo .....	vii
<b>Introducción</b> .....	1
I.1. La importancia del crecimiento .....	1
I.2. La distribución de la renta mundial .....	6
I.3. Regularidades empíricas en relación al crecimiento económico .....	11
I.4. Una breve historia de la teoría moderna del crecimiento económico ...	15
I.5. Comentarios a la segunda edición .....	20
<b>1. Modelos de crecimiento con tasas de ahorro exógenas</b> (el modelo Solow-Swan) .....	23
1.1. Estructura básica .....	23
1.2. El modelo neoclásico de Solow y Swan .....	27
1.2.1. La función de producción neoclásica .....	27
1.2.2. La ecuación fundamental del modelo Solow-Swan .....	30
1.2.3. Mercados .....	31
1.2.4. El estado estacionario .....	34
1.2.5. La regla de oro de la acumulación de capital y la ineficiencia dinámica .....	35
1.2.6. Dinámica de transición .....	37
1.2.7. El comportamiento de los precios de los factores durante la transición .....	40
1.2.8. Experimentos de política económica .....	41
1.2.9. Ejemplo: la tecnología Cobb-Douglas .....	43
1.2.10. Convergencia absoluta y convergencia condicional .....	45
1.2.11. La convergencia y la dispersión de la renta per cápita .....	50
1.2.12. El progreso tecnológico .....	51
1.2.13. Una medida cuantitativa de la velocidad de convergencia .....	56
1.3. Modelos de crecimiento endógeno .....	61
1.3.1. La insatisfacción teórica con la teoría neoclásica .....	61
1.3.2. El modelo AK .....	63
1.3.3. Crecimiento endógeno con dinámica de transición .....	65
1.3.4. Funciones de producción con elasticidad de sustitución constante .....	67

1.4. Otras funciones de producción... otras teorías del crecimiento .....	71
1.4.1. La función de producción de Leontief y la controversia de Harrod-Domar .....	71
1.4.2. Modelos de crecimiento con trampas de pobreza .....	73
1.5. Apéndice: Demostraciones de varias proposiciones .....	76
1.5.1. Demostración de que cada factor es esencial en la producción con una función de producción neoclásica .....	76
1.5.2. Propiedades del coeficiente de convergencia en el modelo Solow-Swan .....	77
1.5.3. Demostración de que el progreso tecnológico debe aumentar la eficiencia del trabajo .....	78
1.5.4. Propiedades de la función de producción ESC .....	80
1.6. Problemas .....	81
<b>2. Modelos de crecimiento con optimización del consumidor</b> <b>(el modelo de Ramsey) .....</b>	<b>85</b>
2.1. Hogares .....	86
2.1.1. Planteamiento del modelo .....	86
2.1.2. Condiciones de primer orden .....	90
2.2. Empresas .....	95
2.3. El equilibrio .....	97
2.4. Entornos alternativos .....	98
2.5. El estado estacionario .....	99
2.6. Dinámica de transición .....	102
2.6.1. El diagrama de fase .....	102
2.6.2. La importancia de la condición de transversalidad .....	104
2.6.3. La forma del tramo estable .....	105
2.6.4. El comportamiento de la tasa de ahorro .....	107
2.6.5. Las trayectorias del stock de capital y la producción .....	110
2.6.6. Las velocidades de convergencia .....	111
2.6.7. Heterogeneidad de los hogares .....	118
2.7. Tasas de preferencia temporal no constantes .....	121
2.7.1. Resultados con decisiones definitivas del consumo .....	123
2.7.2. Resultados con decisiones secuenciales del consumo con función de utilidad logarítmica .....	124
2.7.3. Crecimiento demográfico y progreso tecnológico .....	129
2.7.4. Resultados con utilidad isoelástica .....	130
2.7.5. El grado de fijación del consumo futuro .....	132
2.8. Apéndice 2A: Linealización logarítmica del modelo de Ramsey .....	132
2.9. Apéndice 2B: Inversión irreversible .....	134

---

2.10. Apéndice 2C: El comportamiento de la tasa de ahorro .....	135
2.11. Apéndice 2D: demostración de que $\gamma_{\hat{k}}$ disminuye monótonamente si la economía se sitúa inicialmente en $\hat{k}(0) < \hat{k}^*$ .....	137
2.12. Problemas .....	139
<b>3. Ampliaciones del modelo de crecimiento de Ramsey .....</b>	<b>143</b>
3.1. El Estado .....	143
3.1.1. Modificaciones al modelo de Ramsey .....	143
3.1.2. Efectos de los tipos impositivos .....	146
3.1.3. Efectos del gasto público en bienes y servicios .....	148
3.2. Costes de ajuste de la inversión .....	152
3.2.1. El comportamiento de las empresas .....	152
3.2.2. El equilibrio con un tipo de interés dado .....	156
3.2.3. El equilibrio en una economía cerrada con tipo de interés fijo .	160
3.3. El modelo de Ramsey en una economía abierta .....	161
3.3.1. Planteamiento del modelo .....	161
3.3.2. Comportamiento del stock de capital y la producción en una economía pequeña .....	163
3.3.3. El comportamiento del consumo y los activos en una economía pequeña .....	164
3.3.4. El equilibrio mundial .....	165
3.4. La economía mundial con restricción del crédito internacional .....	166
3.4.1. Establecimiento de un modelo con capital físico y humano . . .	167
3.4.2. La economía cerrada .....	168
3.4.3. La economía abierta .....	169
3.5. Variaciones de los parámetros de preferencia .....	178
3.6. El crecimiento económico de un modelo con horizonte finito .....	180
3.6.1. Elecciones en un modelo con horizonte finito .....	180
3.6.2. El modelo con horizonte finito en una economía cerrada .....	184
3.6.3. El modelo con horizonte finito en una economía abierta .....	187
3.7. Algunas conclusiones .....	190
3.8. Apéndice: modelos de generaciones solapadas o sucesivas .....	191
3.8.1. Hogares .....	191
3.8.2. Empresas .....	193
3.8.3. El equilibrio .....	193
3.9. Problemas .....	201

<b>4. Modelos de crecimiento endógeno con un único sector</b> .....	205
4.1. El modelo AK .....	206
4.1.1. Comportamiento de los hogares .....	206
4.1.2. Comportamiento de las empresas .....	206
4.1.3. El equilibrio .....	207
4.1.4. Dinámica de transición .....	208
4.1.5. El diagrama de fase .....	209
4.1.6. Factores determinantes de la tasa de crecimiento .....	210
4.2. Un modelo de un único sector con capital físico y humano .....	211
4.3. Modelos con aprendizaje mediante la experiencia y la difusión de conocimiento .....	213
4.3.1. Tecnología .....	213
4.3.2. Equilibrio .....	216
4.3.3. No óptimo de Pareto e implicaciones de política económica ..	217
4.3.4. Un ejemplo Cobb-Douglas .....	218
4.3.5. Efectos de escala .....	219
4.4. Servicios públicos y crecimiento endógeno .....	221
4.4.1. Un modelo de bienes públicos .....	221
4.4.2. Un modelo de congestión .....	224
4.5. Dinámica de transición, crecimiento endógeno .....	227
4.5.1. Un ejemplo tipo Cobb-Douglas .....	227
4.5.2. Un ejemplo ESC .....	230
4.6. Observaciones finales .....	233
4.7. Apéndice: Crecimiento endógeno en el modelo de sector único .....	233
4.8. Problemas .....	236
<b>5. Modelos de crecimiento endógeno de dos sectores (con especial hincapié en el papel del capital humano)</b> .....	239
5.1. Un modelo de sector único con capital humano y físico .....	240
5.1.1. El modelo básico .....	240
5.1.2. La restricción de la inversión bruta no negativa .....	243
5.2. Tecnologías distintas en la producción de bienes y en la producción de educación .....	247
5.2.1. El modelo de dos sectores de producción .....	247
5.2.2. El modelo Uzawa-Lucas .....	251
5.2.3. El modelo Uzawa-Lucas generalizado .....	266
5.2.4. El modelo con intensidad de los factores opuesta .....	267
5.3. Condiciones para la presencia de crecimiento endógeno .....	268
5.4. Recapitulación .....	271
5.5. Apéndice 5A: Dinámica de transición con restricciones de desigualdad de la inversión bruta en el modelo de sector único .....	271

5.6. Apéndice 5B: solución del modelo Uzawa-Lucas .....	274
5.7. Apéndice 5C: el modelo con intensidad de los factores opuesta .....	279
5.8. Problemas .....	282
<b>6. Cambio tecnológico: modelos con una variedad ampliada de productos .</b>	<b>285</b>
6.1. Un modelo básico con una variedad de productos .....	286
6.1.1. Los productores de la producción final .....	286
6.1.2. Empresas de investigación .....	289
6.1.3. Los hogares .....	295
6.1.4. Equilibrio general .....	296
6.1.5. Factores determinantes de la tasa de crecimiento .....	297
6.1.6. Óptimo de Pareto .....	298
6.1.7. Efectos de escala y el coste de I+D .....	301
6.1.8. El coste creciente de I+D .....	303
6.2. Deterioro del poder de monopolio, competencia .....	306
6.3. El modelo de cambio tecnológico de Romer .....	310
6.4. Recapitulación .....	314
6.5. Problemas .....	314
<b>7. Cambio tecnológico: el modelo de Schumpeter de escalas de calidad ....</b>	<b>317</b>
7.1. Esquema del modelo .....	318
7.2. El modelo .....	319
7.2.1. Los productores de producto final: niveles de calidad en la tecnología de producción .....	319
7.2.2. El sector de la investigación .....	322
7.2.3. Consumidores .....	328
7.2.4. Comportamiento del índice agregado de calidad y el crecimiento endógeno .....	329
7.2.5. Los efectos de escala, una vez más .....	331
7.3. La innovación del líder .....	333
7.3.1. Interacciones entre el líder y los agentes externos .....	333
7.3.2. El líder como investigador monopolista .....	336
7.4. Óptimo de Pareto .....	339
7.5. Observaciones recapitulativas a propósito del crecimiento .....	342
7.6. Apéndice .....	343
7.6.1. Bienes intermedios de diversos niveles de calidad .....	343
7.6.2. La duración de la posición de monopolio .....	345
7.6.3. El valor de mercado de las empresas .....	346
7.6.4. Investigación desarrollada por el líder de mercado .....	347
7.7. Problemas .....	347

<b>8. La difusión de la tecnología</b> .....	349
8.1. Comportamiento de los innovadores en el país líder .....	351
8.2. Comportamiento de los imitadores del país seguidor .....	353
8.2.1. Productores del bien final .....	353
8.2.2. Empresas imitadoras .....	353
8.2.3. Consumidores .....	357
8.2.4. El crecimiento en el estado estacionario .....	357
8.2.5. La trayectoria dinámica y la convergencia .....	359
8.3. Costes de imitación constantes (o ligeramente crecientes) .....	363
8.3.1. El estado estacionario .....	364
8.3.2. La dinámica de transición .....	365
8.4. Inversión extranjera y derechos de propiedad intelectual .....	368
8.5. Implicaciones generales con respecto a las tasas de crecimiento de los países seguidores .....	370
8.6. Intercambio de papeles en el liderazgo tecnológico y adelantamientos .	373
8.7. Consideraciones relacionadas con el bienestar .....	376
8.8. Observaciones recapitulativas a propósito de la difusión y el crecimiento	379
8.9. Problemas .....	379
<b>9. Oferta de trabajo y población</b> .....	383
9.1. La migración en los modelos de crecimiento económico .....	383
9.1.1. Migración en el modelo Solow-Swan .....	384
9.1.2. Migración en el modelo de Ramsey .....	393
9.1.3. El modelo de migración y crecimiento de Braun .....	399
9.2. La elección de la de fertilidad .....	407
9.2.1. Un planteamiento de generaciones solapadas .....	409
9.2.2. El modelo con tiempo continuo .....	411
9.3. Elección trabajo-ocio .....	421
9.4. Apéndice: la forma de la función de utilidad con consumo y trabajo .	426
9.5. Problemas .....	428
<b>10. Contabilidad del crecimiento</b> .....	431
10.1. Primera contabilidad estándar del crecimiento .....	431
10.1.1. Planteamiento básico .....	431
10.1.2. La medición de los factores .....	434
10.1.3. Resultados de la contabilidad del crecimiento .....	436
10.1.4. Una nota a propósito de las estimaciones del crecimiento de PTF basadas en regresiones .....	440
10.2. El enfoque dual de la contabilidad del crecimiento .....	441
10.3. Problemas de la contabilidad del crecimiento .....	443
10.3.1. Un modelo de rendimientos crecientes con <i>spillovers</i> .....	443
10.3.2. Impuestos .....	446

---

10.3.3. Diversos tipos de factores .....	447
10.4. Crecimiento de PTF e I+D .....	449
10.4.1. Modelos con variedades de productos .....	450
10.4.2. Modelos de escalas de calidad .....	453
10.5. Contabilidad del crecimiento y fuentes del crecimiento .....	455
<b>11. Análisis empírico de conjuntos de datos regionales .....</b>	<b>461</b>
11.1. Dos conceptos de convergencia .....	462
11.2. Convergencia en los Estados Unidos .....	466
11.2.1. Convergencia $\beta$ .....	466
11.2.2. Error en las mediciones .....	472
11.2.3. Convergencia $\sigma$ .....	473
11.3. Convergencia entre las prefecturas de Japón .....	474
11.3.1. Convergencia $\beta$ .....	474
11.3.2. Convergencia $\sigma$ entre prefecturas .....	478
11.4. Convergencia entre regiones europeas .....	478
11.4.1. Convergencia $\beta$ .....	478
11.4.2. Convergencia $\sigma$ .....	482
11.5. Convergencia entre regiones de diversos países del mundo .....	482
11.6. Migración entre estados de EE.UU. ....	483
11.7. Migración entre prefecturas de Japón .....	486
11.8. Migración entre regiones europeas .....	490
11.9. Migración y convergencia .....	492
11.10. Convergencia $\beta$ con datos de panel con efectos fijos .....	495
11.11. Conclusiones .....	496
11.12. Apéndice de los conjuntos de datos regionales .....	497
11.12.1. Datos de los estados de EE.UU. ....	497
11.12.2. Datos de las regiones europeas .....	500
11.12.3. Datos de las prefecturas de Japón .....	506
<b>12. Análisis empírico de corte transversal de una muestra de países .....</b>	<b>511</b>
12.1. Ganadores y perdedores desde 1960 a 2000 .....	512
12.2. Análisis empírico de las tasas de crecimiento .....	515
12.2.1. Efectos provocados por las variables de estado .....	517
12.2.2. Variables de control y ambientales .....	518
12.3. Resultados de la regresión de las tasas de crecimiento .....	521
12.3.1. Regresión básica .....	521
12.3.2. Test de estabilidad de los coeficientes .....	533
12.3.3. Otras variables explicativas .....	536
12.4. Resumen y conclusiones en cuanto al crecimiento .....	540
12.5. Robustez .....	541

12.5.1. Levine y Renelt (1992) .....	542
12.5.2. Promedio bayesiano de estimaciones clásicas (PBEC) .....	543
12.5.3. Principales resultados de Sala-i-Martin, Doppelhofer y Miller (2003) .....	547
12.5.4. Análisis de robustez .....	556
12.6. Apéndice: datos históricos de PIB .....	559
<b>Apéndice</b> .....	567
A.1. Ecuaciones diferenciales .....	568
A.1.1. Introducción .....	568
A.1.2. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden .....	569
A.1.3. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales .....	576
A.2. Optimización estática .....	597
A.2.1. Máximos no restringidos .....	597
A.2.2. Programación no lineal clásica: restricciones de igualdad .....	598
A.2.3. Restricciones de desigualdad: las condiciones de Kuhn-Tucker .	600
A.3. Optimización dinámica en tiempo continuo .....	604
A.3.1. Introducción .....	604
A.3.2. El problema típico .....	605
A.3.3. Deducción heurística de las condiciones de primer orden .....	606
A.3.4. Condiciones de transversalidad .....	609
A.3.5. Comportamiento del hamiltoniano con el tiempo .....	609
A.3.6. Condiciones de suficiencia .....	610
A.3.7. Horizontes infinitos .....	610
A.3.8. Ejemplo: El modelo de crecimiento neoclásico .....	612
A.3.9. Condiciones de transversalidad en problemas de horizonte infinito .....	614
A.3.10. Resumen del procedimiento para hallar las condiciones de primer orden .....	615
A.3.11. Funciones de Hamilton del valor actual y del valor actualizado	616
A.3.12. Múltiples variables .....	617
A.4. Resultados útiles del álgebra matricial: autovectores y diagonalización de matrices .....	618
A.5. Resultados útiles del Cálculo .....	620
A.5.1. Teorema de la función implícita .....	620
A.5.2. Teorema de Taylor .....	621
A.5.3. Regla de L'Hôpital .....	622
A.5.4. Integración por partes .....	623
A.5.5. Teorema fundamental del Cálculo .....	624
A.5.6. Reglas de derivación de integrales .....	624
Referencias .....	627
Índice alfabético .....	643

# Introducción

---

## I.1. La importancia del crecimiento

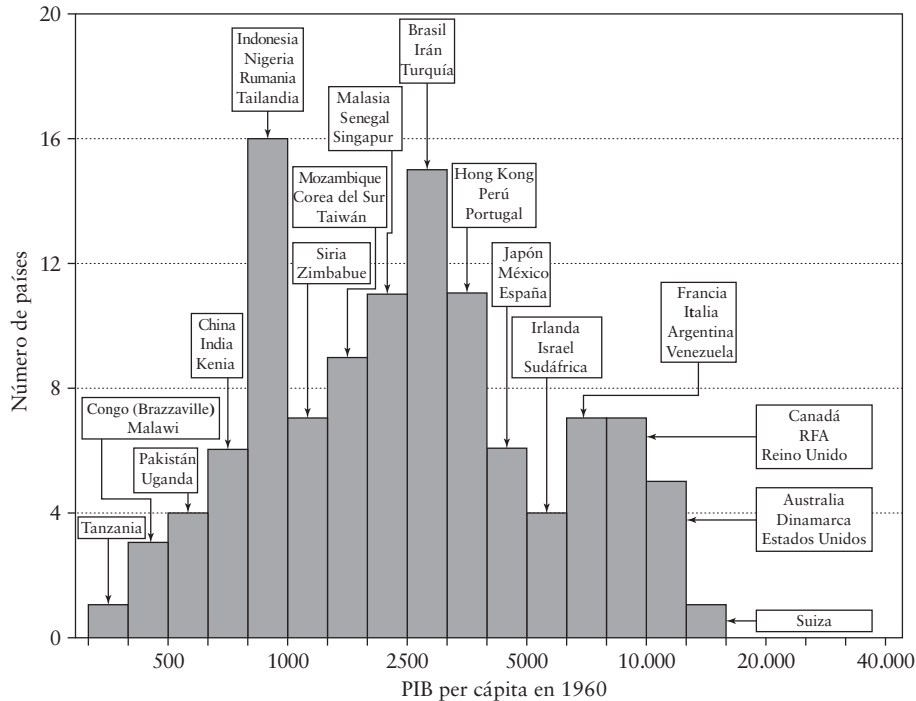
A fin de entender la importancia del crecimiento económico, evaluemos la actuación a largo plazo de la economía estadounidense. El producto interior bruto (PIB) real per cápita de los EE.UU. se multiplicó por diez entre 1870 y 2000 pasando de 3.340 dólares a 33.330 dólares, ambas cifras expresadas en dólares de 1996. Este crecimiento del PIB per cápita se traduce en una tasa de crecimiento del 1,8 % anual. Esta actuación proporcionó a los EE.UU. el segundo PIB per cápita mayor del mundo en 2000 (sólo por detrás de Luxemburgo, que cuenta con una población de 400.000 habitantes).<sup>1</sup>

Para apreciar las consecuencias de diferencias, aparentemente pequeñas, en las tasas de crecimiento cuando se acumulan en largos periodos de tiempo, vamos a calcular cuál habría sido el PIB de los EE.UU. en 2000 si desde 1870 hubiese crecido a una tasa del 0,8 %, un punto menos que la tasa actual. La tasa de crecimiento del 0,8 % es bastante parecida a la lograda a largo plazo (entre 1900 y 1987) por la India (0,64 %), Pakistán (0,88 %) y las Islas Filipinas (0,86 %). Si los EE.UU. hubieran tenido en 1870 un PIB per cápita de 3.340 dólares y hubieran crecido a un 0,8 % anual durante los 130 años siguientes, su PIB per cápita en 2000 hubiese alcanzado 9.450 dólares, sólo 2,8 veces el valor de 1870 y el 28 % de 33.300 dólares, el valor real de 2.000. Así, en vez de ser el segundo país con el PIB per cápita más alto en el año 2.000, habría ocupado el puesto cuarenta y cinco entre los 150 países para los que se dispone de datos. Dicho de otro modo, si la tasa de crecimiento anual hubiera sido tan sólo un punto inferior, el PIB per cápita de los EE.UU. en 2.000 habría sido semejante al de México o Polonia.

Y al contrario, suponga que la tasa de crecimiento del PIB real per cápita de los EE.UU. desde 1870 hubiera sido del 2,8 % anual, un punto más que su valor actual. Esta tasa de crecimiento se aproxima a las experimentadas a largo plazo por Japón (2,95 % anual entre 1890 y 1990) y Taiwán (2,75 % anual entre 1900 y 1987). Si los EE.UU. hubieran tenido en 1870 un PIB per cápita de 3.340 dólares y hubieran crecido al 2,8 % anual durante los 130 años siguientes, su PIB per cápita en 2000 habría alcanzado 127.000 dólares, 38 veces más que en 1870 y 3,8 veces 33.300 dólares, el valor actual en 2000. Un PIB per cápita de 127.000 dólares es un dato muy alejado de la experiencia de cualquier país, y tal vez sea un objetivo irrealizable (aunque muy probablemente las personas de 1870 hubieran pensado lo mismo de 33.300 dólares). Sin embargo, podemos decir que si la tasa de crecimiento a largo

---

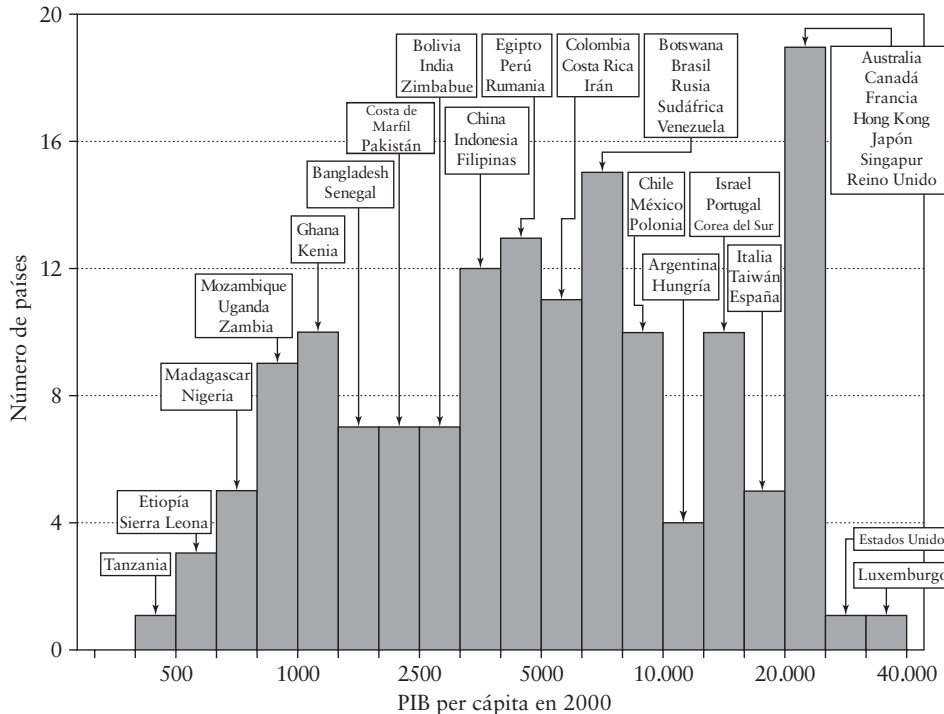
1. Los datos del PIB a largo plazo han sido tomados de Maddison (1991) y se analizarán en el capítulo 12. Los datos recientes han sido tomados de Heston, Summers y Aten (2002) y también se analizarán en el capítulo 12.



**ILUSTRACIÓN I.1 | Histograma del PIB per cápita en 1960.** Los datos de 113 países corresponden a los valores ajustados en paridad del poder adquisitivo (PPA), de las World Penn Tables versión 6.1, tal y como aparecen en Summers y Heston (1991) y Heston, Summers y Aten (2002). Dentro de cada grupo se señalan países representativos.

plazo de los EE.UU. se mantuviera, ello implicaría que los EE. UU. no alcanzarían en PIB per cápita de 127.000 dólares hasta el año 2074.

En la comparación de los niveles de PIB per cápita durante un siglo aparecen cifras hasta veinte veces mayores que las iniciales. Por ejemplo, el PIB per cápita de Japón en 1990 era alrededor de veinte veces superior al de 1890. Las comparaciones de los niveles de PIB per cápita entre países en un momento dado, revelan aumentos aún mayores. La ilustración I.1 muestra un histograma de los logaritmos del PIB per cápita real de 113 países en 1960 (aquellos para los que se dispone de datos). El valor promedio es de 3.390 dólares de PIB per cápita (en dólares de 1996). La desviación típica del logaritmo del PIB per cápita, que mide la dispersión proporcional del PIB per cápita real, era de 0,89. Esta cifra significa que una banda con una anchura de 1 desviación típica en torno al promedio abarcaba un intervalo desde 0,41 veces el promedio hasta 2,4 veces dicho promedio. El mayor PIB per cápita, los 14.980 dólares de Suiza, era 39 veces superior al menor de todos, los 381 dólares de Tanzania. Los EE.UU. tenían el segundo PIB per cápita más alto, con 12.270 dólares. La ilustración señala diversos países representativos de cada intervalo de PIB per cápita. La interpretación general es que entre los países más ricos se encuentran los de la OCDE y unos pocos latinoamericanos, como Argentina y Venezuela. La mayor parte de América Latina se situaba en un intervalo intermedio de PIB per cápita. Los países más pobres se encontraban en África y Asia, pero entre los asiáticos varios entraban en un intervalo intermedio del PIB per cápita.



**ILUSTRACIÓN I.2 | Histograma del PIB per cápita en 2000.** Los datos de 150 países se han obtenido de las fuentes señaladas en la ilustración I.1. Dentro de cada grupo se señalan países representativos.

La ilustración I.2 muestra un histograma similar del año 2000, esta vez de 150 países. El valor promedio del PIB per cápita en este caso es de 8.490 dólares, dos veces y media el valor de 1960. La desviación típica del logaritmo del PIB per cápita de 2000 era de 1,12, lo que entraña que la banda de 1 desviación típica abarcaba desde 0,33 veces el promedio hasta 3,1 veces dicho promedio. Así pues, la dispersión proporcional del PIB per cápita aumentó entre 1960 y 2000. El mayor valor en 2000, los 43.990 dólares de Luxemburgo, era 91 veces mayor que el valor más pequeño, los 482 dólares de Tanzania (la República Democrática del Congo era aún más pobre, pero no se disponía de datos de 2000). Si obviamos Luxemburgo debido a su pequeño tamaño y comparamos el PIB per cápita de Tanzania con el segundo mayor, el de los EE.UU., éste es 69 veces mayor que el primero. En la ilustración I.2 de nuevo aparecen señalados países representativos dentro de cada intervalo de PIB per cápita. Los países de la OCDE siguen dominando el grupo de cabeza, junto con algunos países del este asiático. La mayoría de los restantes países asiáticos estaban en el grupo intermedio de PIB per cápita al igual que la mayoría de los latinoamericanos. En el intervalo inferior en 2000 predominaban los países del África subsahariana.

Para apreciar las diferencias de PIB per cápita que predominan en 2000, analicemos la situación de Tanzania, el país más pobre entre los mostrados en la ilustración I.2. Si Tanzania creciera a la tasa a largo plazo de los EE.UU., es decir a un 1,8 % anual, tardaría 235 años en alcanzar la cifra de PIB per cápita de los EE.UU. de

2000 y si creciera a la tasa a largo plazo de Japón, el 2,75 % anual, necesitaría 154 años para alcanzar dicha cifra.

Para los 112 países de los que se dispone información, la tasa de crecimiento promedio del PIB per cápita real entre 1960 y 2000 fue del 1,8 % anual, casualmente la misma cifra que la tasa a largo plazo de los EE.UU., y la desviación típica fue de 1,7.<sup>2</sup> La ilustración I.3 muestra un histograma de estas tasas de crecimiento. El intervalo abarca desde -3,2 % anual de la República Democrática del Congo (antiguo Zaire) hasta 6,4 % anual de Taiwán. (Si no fuera por la falta de datos, el país con crecimiento más bajo sería probablemente Irak.) Diferencias de esta magnitud en las tasas de crecimiento durante cuarenta años tienen consecuencias enormes sobre los niveles de vida. Taiwán multiplicó su PIB per cápita real por 13 desde 1.430 dólares de 1960 (puesto 76 de 113 países) hasta 18.730 dólares de 2000 (puesto 24 de 150), mientras que en la República Democrática del Congo el PIB per cápita real disminuyó casi un 70 %, de 980 dólares de 1960 (puesto 93 de 113) hasta 320 dólares de 1995. Si no fuera porque faltan los datos de 2000, habría tenido el PIB per cápita más bajo ese año.

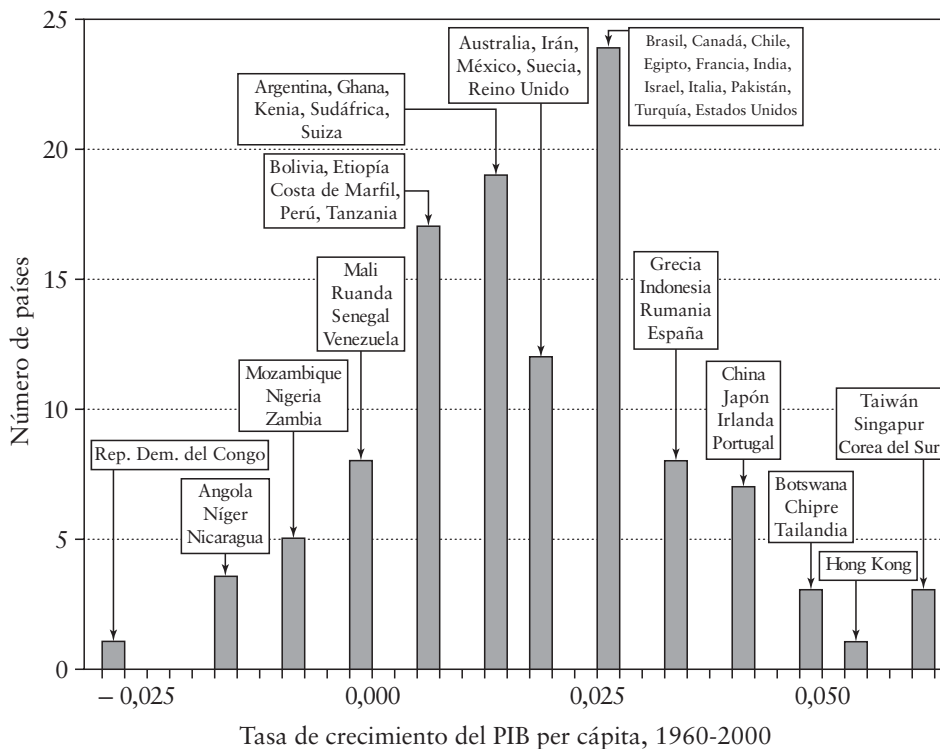
Otros países tuvieron entre 1960 y 2000 tasas de crecimiento casi tan altas como la de Taiwán. Los que superaron el 5 % anual fueron Singapur, con un 6,2 % anual, Corea del Sur, con un 5,9 %, Hong-Kong, con un 5,4 % y Botswana, con un 5,1 % anual. Durante cuarenta años, estos países han multiplicado al menos por siete sus niveles de PIB per cápita. Justo después se sitúan Tailandia y Chipre, con un crecimiento del 4,6 %, China, con un 4,3 %, Japón, con un 4,2 % (con un crecimiento rápido sobre todo en los setenta) e Irlanda, con un 4,1 %. La ilustración I.3 muestra que otros países de la OCDE aparecen en los siguientes grupos de mayor crecimiento, junto a unos pocos países latinoamericanos (Brasil y Chile, entre otros) y varios asiáticos (Indonesia, India, Pakistán y Turquía). Los EE.UU. ocupaban el puesto cuadragésimo con una tasa de crecimiento del 2,5 %.

En la cola del crecimiento, sin contar la República Democrática del Congo, había otros 16 países con tasas de crecimiento del PIB per cápita real negativas entre 1960 y 2000. La lista, que sería considerablemente más larga de no faltar datos, la integraban la República Centroafricana, Níger, Angola, Nicaragua, Mozambique, Madagascar, Nigeria, Zambia, Chad, Islas Comores, Venezuela, Senegal, Ruanda, Togo, Burundi y Mali. Así que, con la excepción de Nicaragua y Venezuela, este grupo está formado sólo por países subsaharianos. Para los 38 países subsaharianos de los que existen datos, la tasa de crecimiento promedio entre 1960 y 2000 fue de tan sólo 0,6 % anual. En consecuencia, en un periodo de cuarenta años, el país subsahariano típico vio multiplicado su PIB per cápita en tan sólo 1,3 veces. Con tasas de crecimiento algo superiores a las africanas encontramos varios países latinoamericanos con poco crecimiento: Bolivia, Perú y Argentina.

Generalizando las experiencias de crecimiento por regiones, se puede afirmar que el África subsahariana comenzó siendo relativamente pobre en 1960 y creció a la tasa más baja, con lo que en 2000 era con gran diferencia, la zona geográfica más pobre. En muchos casos, Asia comenzó sólo ligeramente por encima de África,

---

2. Estos datos estadísticos incluyen la República Democrática del Congo (el antiguo Zaire) del que se disponen datos entre 1960 y 1995.



**ILUSTRACIÓN I.3 | Histograma de la tasa de crecimiento del PIB per cápita entre 1960 y 2000.** Las tasas de crecimiento se calculan para los 112 países a partir de las cifras de PIB per cápita entre 1960 y 2000 de las ilustraciones I.1 e I.2. En el caso de la República Democrática del Congo (antiguo Zaire) la tasa de crecimiento abarca el periodo 1960-1995. La RFA es el único país incluido en la ilustración I.1 (para 1960) que no lo está en la I.3 (por problemas con los datos debidos a la reunificación de Alemania). Dentro de cada grupo se indican países representativos.

pero creció con rapidez y en 2000 se encontraba en el grupo intermedio. América Latina empezó en el grupo medio-alto, creció algo por debajo del promedio y en consecuencia en 2000 se encontraba en el grupo intermedio, con Asia. Por último, los países de la OCDE se encontraban en cabeza en 1960, crecieron a un ritmo promedio o superior y por lo tanto terminaron siendo los más ricos.

Si queremos entender por qué los países tienen niveles de vida tan distintos (ilustraciones I.1 e I.2) tenemos que entender por qué los países tienen tasas de crecimiento a largo plazo tan distintas (ilustración I.3). Incluso pequeñas diferencias en las tasas de crecimiento, acumuladas a lo largo de cuarenta años o más, tienen consecuencias sobre los niveles de vida mucho más importantes que las fluctuaciones del ciclo económico a corto plazo que tradicionalmente han recibido la atención de los macroeconomistas. En otras palabras, si podemos entender cuáles son las medidas de política económica que influyen en las tasas de crecimiento a largo plazo, por pequeña que sea dicha influencia, podremos contribuir mucho más a la mejora de los niveles de vida que las aportaciones hechas en toda la historia del análisis macroeconómico por las políticas estabilizadoras y reductoras de las fluctuaciones. El crecimiento económico, la materia de este libro, es el ámbito de la macroeconomía que de verdad importa.

## I.2. La distribución de la renta mundial

A pesar de que en este libro nos centramos en los determinantes teóricos y empíricos del crecimiento económico, no debemos olvidar que el crecimiento tiene importantes repercusiones sobre el bienestar de los individuos. De hecho, el crecimiento es probablemente el factor que por sí solo tiene una mayor influencia sobre los niveles de vida individuales. Así pues, entender los factores determinantes del crecimiento económico es básico para entender cómo aumentar los niveles de vida de la población y, en consecuencia, reducir la pobreza mundial.

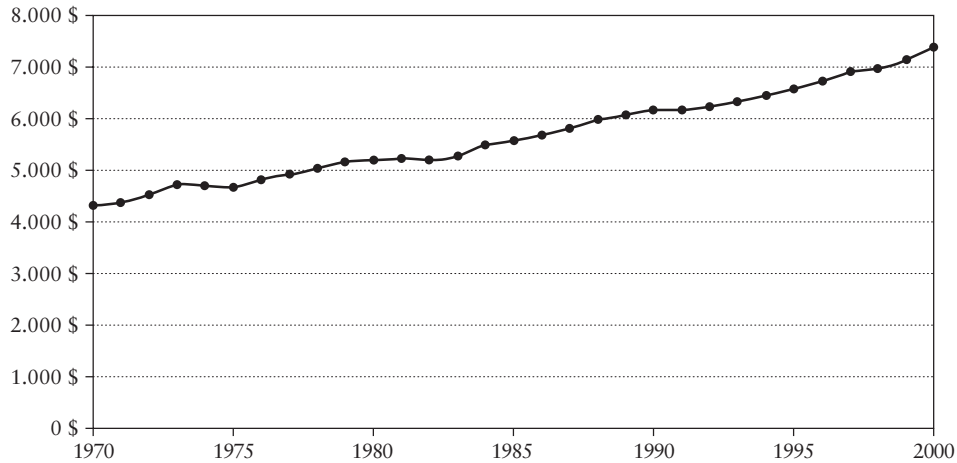
La ilustración I.4 muestra la evolución del PIB per cápita mundial entre 1970 y 2000.<sup>3</sup> Es evidente que el habitante medio del planeta se ha enriquecido con el tiempo. Sin embargo, la tasa de crecimiento promedio positiva durante las tres últimas décadas no debe interpretarse como que la renta de todos los individuos ha aumentado en dicho periodo. En concreto, no significa que los ingresos de los más pobres hayan aumentado ni tampoco que el número de personas cuyos ingresos están por debajo de un cierto umbral de pobreza (digamos un dólar diario, tal y como lo define el Banco Mundial) haya disminuido.<sup>4</sup> De hecho, si la desigualdad aumentara a la vez que el crecimiento económico sería posible que en el mundo se produjera al mismo tiempo un crecimiento positivo del PIB per cápita y un incremento del número de personas por debajo del umbral de pobreza. Para evaluar de qué manera influye el crecimiento sobre la pobreza, Sala-i-Martin (2003a) calcula la distribución mundial de la renta individual. Para hacerlo, utiliza datos microeconómicos derivados de encuestas y datos agregados de PIB de países para todos los años entre 1970 y 2000.<sup>5</sup> El resultado para 1970 aparece en la ilustración I.5. En el eje de abscisas aparece el nivel de renta (en escala logarítmica) y en el eje de ordenadas el número de personas. Las curvas de trazo más fino representan las distribuciones de renta de los países por separado. Observe, por ejemplo, que China (el país más poblado del planeta) tiene una parte importante de su distribución por debajo del umbral del dólar diario, al igual que India y un gran número de pequeños países. Este patrón contrasta con la posición de países como EE.UU., Japón, o la propia

---

3. El “mundo” en este caso está formado por 126 países (139 tras la descomposición de la URSS en 1989) en Sala-i-Martin (2003a, 2003b). Los habitantes de estos 126 países representan el 95 % de la población mundial. El PIB per cápita mundial se estima sumando los datos de los países individuales de Heston, Summers y Aten (2002) y dividiendo el total resultante entre la población mundial.

4. La búsqueda de un umbral de pobreza “verdadero” tiene una larga historia, pero el actual umbral de “menos de un dólar al día” se remonta a 1990 y fue utilizado por el Banco Mundial. Éste definió en principio el umbral de pobreza como un dólar al día con los precios de 1985. A pesar de que la propia definición del Banco Mundial cambió más tarde a 1,08 dólares en dólares de 1993 (observe que un dólar de 1985 no equivale a 1,08 dólares de 1993), hemos decidido utilizar la definición original de un dólar diario en precios de 1985. Un dólar al día o 365 dólares al año a precios de 1985 se convierte en 495 dólares anuales en precios de 1996, que es el año base de los datos de Heston, Summers y Aten (2002) utilizados para construir la distribución de la renta mundial. De acuerdo con Bhalla (2002), Sala-i-Martin (2003a) ajusta el umbral de pobreza con un aumento del 15 % para corregir es sesgo provocado por los datos infravalorados de los ricos. Este ajuste significa que nuestro umbral de pobreza de “un dólar al día” es de 570 dólares anuales (o 1,5 dólares diarios) en dólares de 1996.

5. Sala-i-Martin (2003b) construye una distribución análoga estimando el número de personas cuyo gasto de consumo personal es menor de un dólar diario. El uso del consumo, en vez de la renta, se ajusta mejor al concepto de “pobreza extrema” utilizado por los organismos internacionales como el Banco Mundial y la ONU. Sin embargo, el consumo individual tiene la desventaja de no contemplar ni los servicios públicos ni el ahorro.



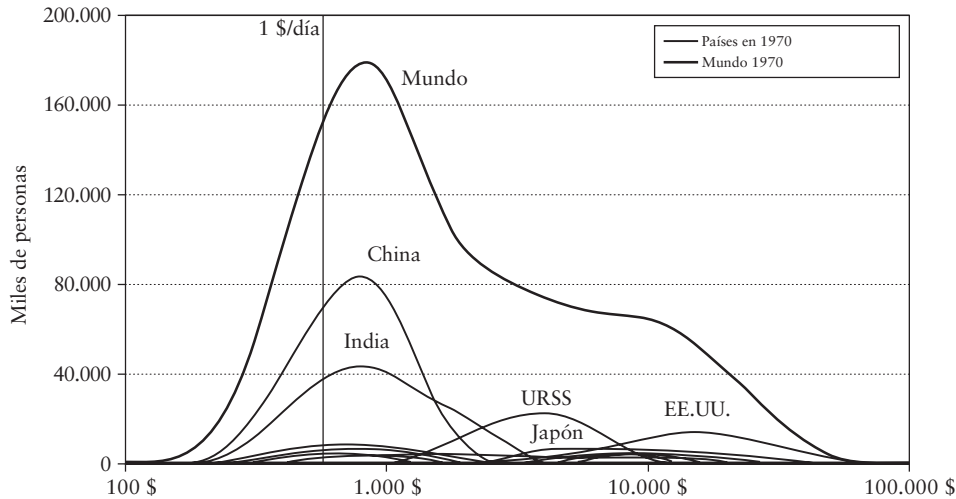
**ILUSTRACIÓN I.4 | PIB per cápita mundial, 1970-2000.** El PIB per cápita mundial es el sumatorio de los PIB de 126 países (139 tras la descomposición de la URSS) dividido entre la población. La muestra de 126 países es la utilizada por Sala-i-Martin (2003a) y equivale al 95 % de la población mundial.

URSS, en los que sólo una fracción muy pequeña de su distribución está por debajo del umbral del dólar diario. La curva más gruesa de la ilustración I.5 es la integral de todas las distribuciones individuales. En consecuencia esta curva corresponde a la distribución de la renta mundial en 1970. De nuevo, buena parte de los ciudadanos del mundo eran en 1970 pobres (es decir, tenían rentas por debajo del dólar diario).

La ilustración I.6 muestra estas mismas distribuciones en 2000. Si se compara la distribución de 1970 con la de 2000 se observan varios hechos de interés. En primer lugar, la distribución de la renta mundial se ha desplazado hacia la derecha. Este desplazamiento equivale al crecimiento acumulado del PIB per cápita. En segundo lugar, vemos que, teniendo como base la evolución de la renta mundial, se produce una evolución positiva de las rentas de la mayoría de los países. La mayoría de los países incrementaron su renta per cápita y, por tanto, se desplazaron a la derecha. En tercer lugar, vemos que la dispersión de las distribuciones de algunos países, muy especialmente China, ha aumentado en este periodo. En otras palabras, la desigualdad de rentas ha aumentado en algunos países grandes. En cuarto lugar, los aumentos de la desigualdad dentro de algunos países no ha sido suficiente para compensar el crecimiento per cápita agregado, con lo que el porcentaje de la población mundial cuyas rentas están por debajo del umbral de pobreza ha disminuido espectacularmente.

El porcentaje exacto de la población mundial que vive por debajo del umbral de pobreza se puede calcular a partir de las distribuciones estimadas por Sala-i-Martin (2003a).<sup>6</sup> Estas tasas de pobreza, expuestas en la ilustración I.7 se han dividido por tres: mientras que en 1970 el 20 % de los ciudadanos del mundo eran pobres, en

6. El Banco Mundial, la ONU y muchos investigadores individuales definen pobreza en términos de consumo y no de renta. Sala-i-Martin (2003b) calcula las tasas de pobreza y el número de personas mediante el consumo. La evolución de la pobreza en términos de consumo es similar a la expuesta aquí en términos de renta, aunque, evidentemente, las tasas de pobreza son mayores si se utiliza el consumo en vez de la renta manteniendo el mismo umbral de pobreza.

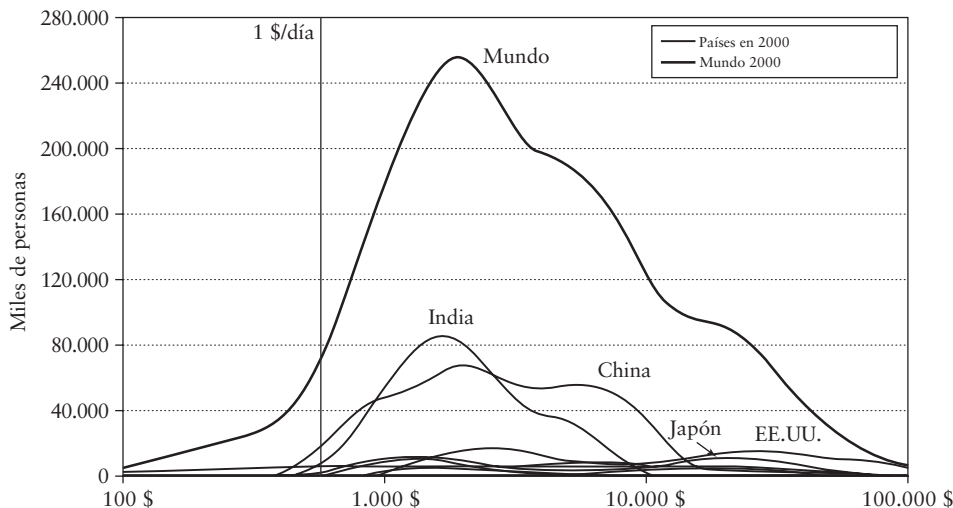


**ILUSTRACIÓN I.5 | La distribución de la renta mundial en 1970.** La renta aparece en el eje de abscisas (en escala logarítmica) y el número de personas en el de ordenadas. Las curvas de trazo más fino corresponden a distribuciones de renta de países por separado. La curva de trazo más grueso es la integral de las distribuciones individuales de los países y equivale a la distribución de la renta mundial. La recta vertical señala el umbral de pobreza (que corresponde a un dólar diario a precios de 1985). Fuente: Sala-i-Martín (2003a).

2000 esta cifra se había reducido al 7%.<sup>7</sup> Entre 1970 y 1978 el crecimiento de la población más que compensó la reducción de las tasas de pobreza. De hecho, Sala-i-Martín (2003a) muestra que durante dicho periodo el número total de pobres aumentó en veinte millones de personas. Ahora bien, a partir de 1978, el número total de personas con unos ingresos inferiores al umbral de un dólar diario se redujo en más de 300 millones. Este logro es aún más llamativo si tenemos en cuenta que la población total aumentó en más de 1600 millones de personas durante el mismo periodo.

La conclusión que salta a la vista es que durante los últimos treinta años, el crecimiento económico fue causa de una reducción importante de las tasas de pobreza mundiales y del número de pobres en el mundo. Como se dijo anteriormente, podía no haber sido así: si el crecimiento agregado hubiera venido acompañado de aumentos importantes de la desigualdad de renta, podría haberse dado el caso de que el valor promedio de la renta hubiese aumentado pero que al mismo tiempo también hubiera aumentado el porcentaje de la distribución situada por debajo de un umbral de pobreza concreto. Sala-i-Martín (2003a) demuestra que, aunque este resultado es posible desde el punto de vista teórico, no es esto lo que ocurrió en la práctica durante los últimos treinta años. Es más, también demuestra que, en realidad, la desigualdad de la renta mundial disminuyó ligeramente entre 1980 y 2000. Esta conclusión se cumple aunque se mida la desigualdad mediante el coeficiente de Gini, el índice de Theil, la media de la desviación logarítmica, los diversos índices de Atkinson, la varianza del logaritmo de la renta o el coeficiente de variación.

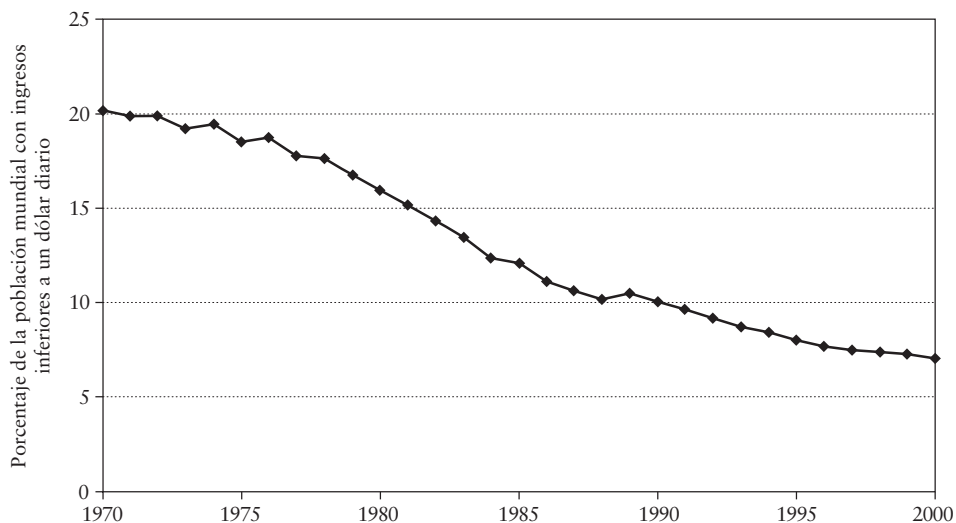
7. Sala-i-Martín (2003a) expone funciones de distribución acumulada (FDA) para 1970, 1980, 1990 y 2000. Usando estas funciones, es fácil observar que las tasas de pobreza han descendido espectacularmente durante los últimos treinta años, independientemente de la elección del umbral de pobreza. Así pues, la conclusión de que el crecimiento ha reducido la pobreza tiene una base sólida.



**ILUSTRACIÓN I.6 | La distribución de la renta mundial en 2000.** La renta aparece en el eje de abscisas (en escala logarítmica) y el número de personas en el de ordenadas. Las curvas de trazo más fino corresponden a distribuciones de la renta de los países por separado. La curva de trazo más grueso es la integral de las distribuciones individuales de los países y representa la distribución de la renta mundial. La recta vertical señala el umbral de pobreza (que corresponde a un dólar diario a precios de 1985). Fuente: Sala-i-Martín (2003a).

Sala-i-Martín (2003a) clasifica el mundo en regiones y señala que la erradicación de la pobreza ha sido más marcada en aquellas regiones en las que ha habido un mayor crecimiento. La ilustración I.8 recoge las tasas de pobreza de las regiones más pobres del mundo: este de Asia, Asia meridional, América Latina, África, Oriente medio y norte de África (OMNA), Europa oriental y Asia central. En 1970, tres de estas regiones tenían tasas de pobreza cercanas o superiores al 30 %. Dos de ellas (este de Asia y Asia meridional) han experimentado disminuciones importantes de dichas tasas. Estas son también las regiones que tuvieron tasas de crecimiento positivo elevadas. En cambio, África ha visto elevarse dramáticamente sus tasas de pobreza durante los últimos treinta años. También sabemos que las tasas de crecimiento per cápita fueron negativas o próximas a cero en la mayoría de los países africanos. En la ilustración I.8 también aparecen dos regiones que en 1970 tenían tasas de pobreza cercanas al 10 %: América Latina y OMNA. En ambas han disminuido las tasas de pobreza. En Latinoamérica la reducción de la pobreza fue espectacular en los setenta, una década en la que las tasas de crecimiento fueron altas, pero sufrió un revés durante los ochenta (“la década perdida”, en la que se dieron tasas negativas de crecimiento). Las tasas de pobreza se estabilizaron en los noventa. Por su parte, las tasas de pobreza de OMNA descendieron ligeramente entre 1970 y 1975. Durante la década de gran crecimiento que siguió a las crisis del petróleo la disminución fue muy grande. Posteriormente se estabilizó al pararse el crecimiento agregado.

Por último, Europa oriental y Asia central (región que incluye a la antigua URSS) tenían en 1970 tasas de pobreza muy bajas, que se multiplicaron por diez entre 1989 y 2000. Hay dos razones que explican la explosión de las tasas de pobreza en estas dos regiones. En primer lugar, el gran aumento de la desigualdad



**ILUSTRACIÓN I.7 | Tasas de pobreza mundiales.** El gráfico muestra el porcentaje de la población total cuyos ingresos no alcanzan el umbral de pobreza. Fuente: Sala-i-Martin (2003a).

que siguió al hundimiento del sistema comunista. En segundo lugar, las pobres tasas de crecimiento de estos países. Tenga en cuenta, sin embargo, que los niveles medios de renta de estos países siguen siendo muy superiores a los niveles de África o incluso de Asia. Así pues, incluso después del deterioro de la renta promedio y el aumento de la dispersión de la misma, las tasas de pobreza siguen siendo relativamente bajas en Europa Central y Asia Central.

### I.3. Regularidades empíricas en relación al crecimiento económico

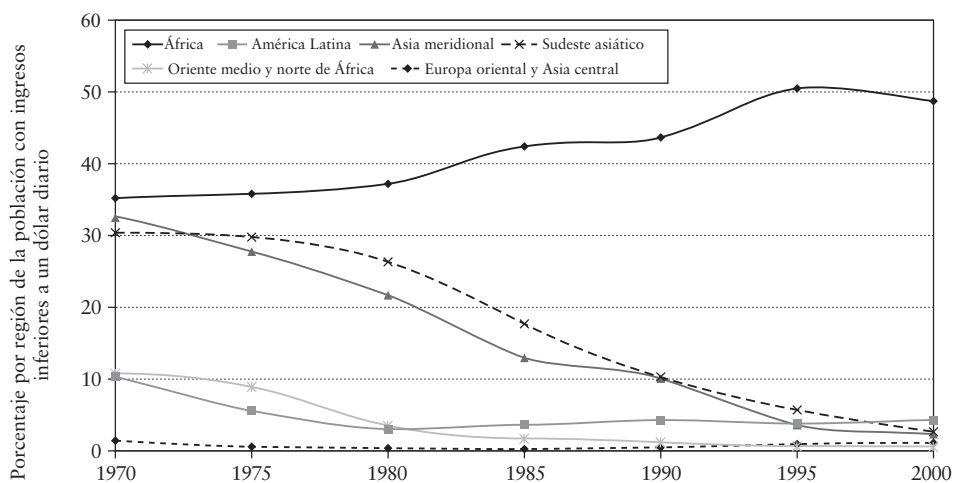
Kaldor (1963) enumeró una serie de hechos estilizados que en su opinión tipificaban el proceso de crecimiento económico:

1. La producción per cápita crece en el tiempo y su tasa de crecimiento no es decreciente.
2. El capital físico por trabajador crece en el tiempo.
3. La tasa de rentabilidad del capital es aproximadamente constante.
4. El ratio capital físico entre producción es aproximadamente constante.
5. Las participaciones del trabajo y del capital físico en la renta nacional son aproximadamente constantes.
6. La tasa de crecimiento de la producción por trabajador es muy distinta en los distintos países.<sup>8</sup>

8. Kuznets (1973, 1981) señala otros rasgos del crecimiento económico actual. Apunta al rápido ritmo de transformación estructural, que incluye desplazamientos de la agricultura hacia la industria y

La sexta característica está en la línea de los datos de los países anteriormente analizados. Los rasgos 1, 2, 4 y 5 parecen ajustarse razonablemente bien a los datos a largo plazo de los países desarrollados actuales. Para un análisis de la estabilidad del ratio a largo plazo entre capital físico y PIB en Japón, Alemania, Italia, el Reino Unido y los EE.UU., véase Maddison (1982, capítulo 3). Para indicadores de la estabilidad a largo plazo de la participación de los factores en los Estados Unidos véase Denison (1974, apéndice J) y Jorgenson, Gollop y Fraumeni (1987, tabla 9.3). Young (1995) señala que las participaciones de los factores fueron razonablemente estables en cuatro países del Sudeste asiático (Hong-Kong, Singapur, Corea del Sur y Taiwan) entre principios o mediados de los sesenta hasta 1990. Estudios de siete países desarrollados, (Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, los Países Bajos y el Reino Unido) indican que las proporciones de los factores son similares a las de los Estados Unidos. (Christensen, Cummings y Jorgenson, 1980, y Dougherty, 1991.) Sin embargo, en algunos países de América Latina analizados por Elías (1990) las participaciones del capital tienden, sin embargo, a ser mayores que en los EE.UU.

El tercer rasgo de Kaldor, relativo a la estabilidad de las tasas reales de rentabilidad, parece estar fuertemente influenciado por la experiencia del Reino Unido; en este caso, el tipo de interés real parece no tener una tendencia a largo plazo



**ILUSTRACIÓN I.8 | Tasas de pobreza por regiones.** El gráfico muestra el porcentaje de la población de cada región con ingresos inferiores al umbral de pobreza. Las regiones son las definidas por el Banco Mundial: sur de Asia, Asia meridional, América Latina, África, Oriente medio y norte de África (OMNA) y Europa oriental y Asia central. Fuente: Sala-i-Martin (2003a).

los servicios. Este proceso entraña la urbanización, el cambio del trabajo en el hogar al trabajo asalariado y el incremento de la importancia de la formación reglada. También sostiene que el crecimiento actual entraña una mayor presencia del comercio internacional y que los avances tecnológicos implican una dependencia menor de los recursos naturales. Por último, analiza la importancia creciente del Estado: “la expansión del crecimiento económico moderno puso mayor énfasis en la importancia y la necesidad de la organización en las unidades nacionales... El Estado ha tenido una importancia crítica como emisor de las normas que enmarcan el funcionamiento de la actividad económica; como árbitro... y como proveedor de infraestructuras” (1981 p. 59).

(véase Barro, 1987, ilustraciones 4 y 7). Sin embargo, en el caso de los EE.UU., los datos a largo plazo parecen indicar un moderado descenso de los tipos de interés reales (Barro, 1997, tabla 11.1). Las tasas de rentabilidad real de algunos países con crecimiento rápido, como Corea del Sur o Singapur, son mucho mayores que las de los EE.UU., pero han disminuido con el tiempo (Young, 1995). Así pues, parece probable que la hipótesis de Kaldor en lo que respecta a una tasa de rentabilidad real más o menos estable debiera ser sustituida por la tendencia a que la rentabilidad decrezca en cierta medida conforme la economía se desarrolla.

A partir de los datos incluidos en el capítulo 12 se pueden valorar las tendencias a largo plazo de la tasa de crecimiento del PIB per cápita real. Las tablas 12.10 y 12.11 toman datos de Angus Maddison, para 31 países y sobre periodos de más o menos un siglo. En la práctica, estas cifras representan la totalidad de la información existente sobre el crecimiento en muy largos periodos de tiempo.

En la tabla 12.10 aparecen 16 países desarrollados actuales: los principales países europeos más los EE.UU., Canadá y Australia. Estos datos muestran una tasa de crecimiento per cápita promedio del 1,9 % anual a lo largo de aproximadamente un siglo, dividido en periodos de veinte años, tal y como se ve en la tabla I.1. Estas cifras corroboran la hipótesis de Kaldor relativa a que la tasa de crecimiento del PIB per cápita real no tiene una tendencia decreciente a largo plazo; de hecho, los periodos posteriores a la II Guerra Mundial muestran tasas de crecimiento muy superiores al promedio a largo plazo. La disminución de la tasa de crecimiento de 3,7 % anual en el periodo 1950-1970 hasta el 2,2 % anual en el periodo 1970-1990 corresponde a la frecuentemente señalada *ralentización de la productividad*. Sin embargo, viendo la tabla, es evidente que la tasa de crecimiento del periodo 1970-1990 es alta en relación al periodo histórico completo.

La tabla 12.11 contiene datos de 15 países menos desarrollados de Asia y América Latina. En este caso, la tasa de crecimiento promedio a largo plazo entre 1900 y 1987 fue de 1,4 % anual y la división del periodo en cuatro subperiodos de veinte años, se ofrece en la tabla I.2. De nuevo, el periodo posterior a la II Guerra Mundial (en este caso, 1950-1987) muestra tasas de crecimiento muy superiores al promedio a largo plazo.

**TABLA I.1** | Tasas de crecimiento a largo plazo de los países desarrollados actuales

Periodo	Tasa de crecimiento ( % anual)	Número de países
1830-50	0,9	10
1850-70	1,2	11
1870-90	1,2	13
1890-10	1,5	14
1910-30	1,3	16
1930-50	1,4	16
1950-70	3,7	16
1970-90	2,2	16

*Fuente:* Tabla 12.10.

*Nota:* Las tasas de crecimiento son medias simples de los países para los que se tenía información.

**TABLA I.2** | Tasas de crecimiento a largo plazo de los países menos desarrollados actuales

Periodo	Tasa de crecimiento ( % anual)	Número de países
1900–13	1,2	15
1913–50	0,4	15
1950–73	2,6	15
1973–87	2,4	15

*Fuente:* Tabla 12.11 del capítulo 12

*Nota:* Las tasas de crecimiento son medias simples de los países para los que se tenía información.

La información expuesta en las ilustraciones I.1 a I.3 representa el comportamiento del PIB per cápita real de más de cien países entre 1960 y 2000. A partir de estos datos, podemos ampliar el conjunto de hechos estilizados que enumeraba Kaldor. Una característica de los datos transversales de países es que no existe correlación entre la tasa de crecimiento del PIB per cápita entre 1960 y 2000 y el nivel del PIB per cápita en 1960 (véase capítulo 12). En la terminología que desarrollaremos en el capítulo 1, nos referiremos a la tendencia de los países pobres a crecer más deprisa que los ricos como convergencia  $\beta$ . Así pues, la simple relación entre el crecimiento y el punto de inicio de una amplia muestra de países no revela la existencia de convergencia  $\beta$ . Este tipo de convergencia surge si limitamos la muestra a un grupo de economías más homogéneas, como los diferentes estados de los EE.UU., las regiones de varios países europeos y las prefecturas japonesas (véase Barro y Sala-i-Martin, 1991, 1992a y 1992b y capítulo 11). En estos casos, las áreas más pobres tienden a crecer más deprisa que las más ricas. Este comportamiento también aparece en la comparación de datos entre países si limitamos la muestra a un conjunto de economías prósperas actuales, relativamente homogéneas, como los países de la OCDE (véase Baumol 1986; DeLong, 1988).

En el capítulo 1 explicamos que existe convergencia *condicional*  $\beta$  si la tasa de crecimiento del PIB per cápita está inversamente relacionada con el nivel inicial del PIB per cápita, manteniendo constantes una serie de variables, como los niveles iniciales de capital humano, las medidas de política económica, la propensión al ahorro y la tasa de fecundidad, entre otros. La muestra más amplia de países, es decir, el conjunto de datos que no exhibe convergencia  $\beta$  en su sentido absoluto, claramente presenta convergencia  $\beta$  en sentido condicional (véase Barro, 1991; Barro y Sala-i-Martin, 1992a; y Mankiw, Romer y Weil, 1992). No obstante, la tasa de convergencia es tan sólo alrededor del 2 % anual. Es decir, una economía invierte unos 35 años en eliminar la mitad del diferencial entre su PIB per cápita inicial y su objetivo de PIB per cápita a largo plazo. (El objetivo tiende a aumentar a lo largo del tiempo.)

Los resultados del capítulo 12 muestran que hay un cierto número de variables que están relacionadas significativamente con la tasa de crecimiento del PIB per cápita, cuando el nivel inicial del PIB per cápita permanece constante. Por ejemplo, el crecimiento depende directamente de la cantidad inicial de capital humano, principalmente del nivel educativo y de salud; depende directamente del nivel de protección legal y del ratio entre inversión y PIB, y depende inversamente de la tasa de fecundidad y del ratio entre gasto público en consumo y PIB.

Podemos calcular las regularidades de los ratios de inversión y ahorro utilizando los datos a largo plazo de Maddison (1992). Este autor proporciona información a

**TABLA I.3** | Ratios con relación al PIB de la inversión nacional bruta y el ahorro nacional bruto (en porcentaje)

Periodo	Australia	Canadá	Francia	India	Japón	Corea	Reino Unido	EE.UU.
<b>1. Inversión nacional bruta</b>								
1870-89	16,5	16,0	12,8	—	—	—	9,3	19,8
1890-09	13,7	17,2	14,0	—	14,0	—	9,4	17,9
1910-29	17,4	19,8	—	6,4	16,6	5,1 <sup>a</sup>	6,7	17,2
1930-49	13,3	13,1	—	8,4	20,5	—	8,1	12,7
1950-69	26,3	23,8	22,6	14,0	31,8	16,3 <sup>b</sup>	17,2	18,9
1970-89	24,9	22,8	23,2	20,2	31,9	29,1	18,2	18,7
<b>2. Ahorro nacional bruto</b>								
1870-89	11,2	9,1	12,8	—	—	—	13,9	19,1
1890-09	12,2	11,5	14,9	—	12,0	—	13,1	18,4
1910-29	13,6	16,0	—	6,4	17,1	2,38	9,6	18,9
1930-49	13,0	15,6	—	7,7	19,8	—	4,8	14,1
1950-69	24,0	22,3	22,8	12,2	32,1	5,9 <sup>b</sup>	17,7	19,6
1970-89	22,9	22,1	23,4	19,4	33,7	26,2	19,4	18,5

Fuente: Maddison (1992).

<sup>a</sup> 1911-1929.

<sup>b</sup> 1951-1969.

largo plazo para varios países en lo que respecta a los ratios entre inversión nacional bruta y PIB y entre ahorro nacional bruto (la suma de la inversión nacional y la inversión neta extranjera) y PIB. En la tabla I.3 se muestran los valores promedio de los ratios de inversión y ahorro en periodos de veinte años para los ocho países con datos suficientes para este análisis a largo plazo. Para cada país, la tabla muestra que el recorrido temporal de la inversión nacional y el ahorro nacional son, por regla general, semejantes. Sin embargo, la inversión nacional fue considerablemente más alta que el ahorro nacional (es decir, que el préstamo del exterior al país fue elevado) en Australia y Canadá entre 1870 y 1929, en Japón entre 1890 y 1909, en el Reino Unido entre 1930 y 1949 y en Corea entre 1950 y 1969 (de hecho, hasta principio de los ochenta). El ahorro nacional fue muy superior a la inversión nacional (es decir, el préstamo del país al exterior fue elevado), en el Reino Unido entre 1870 y 1929 y en los EE.UU. entre 1930 y 1949.

En el caso de los EE.UU., la observación más llamativa de la tabla es la estabilidad en el tiempo de los ratios de inversión nacional y ahorro nacional. La única excepción son los valores relativamente bajos entre 1930 y 1949, que corresponde a la Gran Depresión y a la II Guerra Mundial. Sin embargo, los EE.UU. son una excepción en relación a la estabilidad de sus ratios de inversión y ahorro; los datos de los siete países restantes muestran un claro aumento de los ratios en el tiempo. En concreto, los ratios de los periodos 1950-1989 son, en todos los casos, significativamente más elevadas que las anteriores a la II Guerra Mundial. Así pues, los datos a largo plazo parecen indicar que los ratios de inversión nacional bruta y ahorro nacional bruto respecto del PIB tienen a aumentar a medida que una economía se desarrolla, al menos para el rango de valores habituales. El supuesto de un

ratio de ahorro bruto constante, que aparece en el capítulo 1 en el modelo Solow-Swan, no tiene en cuenta la regularidad que manifiestan los datos empíricos.

Los datos transversales de países también revelan otras regularidades en relación a las tasas de fecundidad y, en consecuencia, a las tasas de crecimiento demográfico. En la mayoría de los países, la tasa de fecundidad tiende a disminuir al incrementarse el PIB per cápita. Sin embargo, en los países más pobres, la tasa de fecundidad puede aumentar al aumentar el PIB per cápita, tal y como predijo Malthus (1798). Existe una relación aún más fuerte entre nivel educativo y fecundidad. Excepto en los países más avanzados, la escolarización femenina está inversamente relacionada con la tasa de fecundidad, mientras que la escolarización masculina está directamente relacionada con la tasa de fecundidad. El efecto neto de estas fuerzas es que la tasa de fecundidad –y la tasa de crecimiento de la población– tienden a caer cuando una economía se desarrolla. El supuesto de una tasa de crecimiento demográfico exógena y constante es otro elemento del modelo Solow-Swan que entra en contradicción con los datos empíricos.

#### **I.4. Una breve historia de la teoría moderna del crecimiento económico**

Los economistas clásicos, como Adam Smith (1776), David Ricardo (1817) y Thomas Malthus (1798), y mucho más tarde Frank Ramsey (1928), Allyn Young (1928), Frank Knight (1944) y Joseph Schumpeter (1934) aportaron muchos de los ingredientes básicos que aparecen en las teorías modernas del crecimiento económico. Estas ideas incluyen los enfoques básicos de la dinámica del comportamiento competitivo y del equilibrio, el papel de los rendimientos decrecientes y su relación con la acumulación de capital físico y humano, la interacción entre la renta per cápita y la tasa de crecimiento de la población, los efectos del avance tecnológico que se presentan en forma de aumento de la especialización del trabajo y de invenciones de nuevos bienes y métodos de producción, y el papel del poder monopolístico como incentivo del avance tecnológico.

Nuestro estudio comienza con estas nociones ya establecidas y se centra en las aportaciones a la tradición neoclásica a partir de finales de los cincuenta. Utilizamos la metodología y el lenguaje neoclásico y nos apoyamos en conceptos como capitales stock de capital agregado, las funciones de producción agregadas, las funciones de utilidad de los consumidores representativos (con horizonte temporal infinito). También utilizamos métodos matemáticos modernos de optimización dinámica y ecuaciones diferenciales. Estas herramientas, descritas en el apéndice al final del libro, son conocidas hoy en día por la mayoría de los estudiantes de economía de primer curso de postgrado.

Desde una perspectiva cronológica, el inicio de la teoría moderna del crecimiento es el artículo clásico de Ramsey (1928), una obra que se adelantaba a su tiempo en varias décadas. El tratamiento de Ramsey de la optimización en el tiempo del comportamiento de los hogares va más allá de su simple aplicación a la teoría del crecimiento; en la actualidad resulta difícil hablar de la teoría del consumo, de los precios de los activos o incluso del ciclo económico sin acudir a las condiciones de optimización que Ramsey (y Fisher, 1930) aportaron a la economía. La función de utilidad intertemporal de Ramsey se utiliza hoy en día tanto como la función de

producción Cobb-Douglas. Sin embargo, el conjunto de la profesión no aceptó o incorporó el enfoque de Ramsey hasta los años sesenta.

Entre Ramsey y finales de los cincuenta, Harrod (1939) y Domar (1946) trataron de integrar el análisis keynesiano en la teoría del crecimiento económico. Utilizaron funciones de producción con escaso grado de sustitución entre los factores para argumentar que el sistema capitalista era fundamentalmente inestable. Dado que publicaron durante o inmediatamente después de la Gran Depresión, sus puntos de vista fueron aceptados por muchos economistas. A pesar de que estas aportaciones desencadenaron una gran actividad investigadora en su día, es muy poco lo que el pensamiento actual conserva de este análisis.

Las siguientes aportaciones de importancia fueron las de Solow (1956) y Swan (1956). El aspecto básico del modelo Solow-Swan radica en la forma neoclásica de la función de producción, un requisito que entraña rendimientos constantes a escala, rendimientos decrecientes de cada factor y un cierto grado de elasticidad de sustitución entre los factores. Esta función de producción se combina con una tasa de ahorro constante para generar un modelo de equilibrio general de la economía extremadamente sencillo.

Una predicción de estos modelos y que sólo en los últimos años ha sido analizada seriamente como hipótesis empírica, es la convergencia condicional. Cuanto menor sea el nivel inicial de PIB per cápita en relación a la posición a largo plazo o estado estacionario, mayor será la tasa de crecimiento. Esta propiedad surge del supuesto de rendimientos decrecientes de capital; aquellas economías que disponen de menos capital por trabajador (en relación a su capital por trabajador a largo plazo) tienden a tener tasas de rentabilidad más elevadas y mayores tasas de crecimiento. La convergencia es condicional porque en el modelo de Solow-Swan los niveles correspondientes al estado estacionario de capital y producción por trabajador dependen de la tasa de ahorro, de la tasa de crecimiento demográfico y de la posición de la función de producción, variables que pueden diferir entre las distintas economías. Estudios empíricos recientes indican que deberíamos incluir fuentes adicionales de diferencias entre países, especialmente, las diferencias en la política económica y en el stock inicial de capital humano. Sin embargo, el punto esencial radica en que el concepto de convergencia condicional, una propiedad básica del modelo Solow-Swan, explica en gran medida el crecimiento económico de países y regiones.

El modelo Solow-Swan también predice que, si no se producen mejoras continuas de tecnología, el crecimiento per cápita cesará en algún momento. Este pronóstico, que se asemeja a los de Malthus y Ricardo, también tiene su origen en el supuesto de rendimientos decrecientes de capital. Sin embargo, hemos observado que tasas positivas de crecimiento per cápita pueden mantenerse durante un siglo o más, y que dichas tasas de crecimiento no muestran una tendencia clara a disminuir.

Los teóricos neoclásicos del crecimiento de finales de los cincuenta y sesenta percibían esta deficiencia del modelo y en general la arreglaban asumiendo el supuesto de que el avance tecnológico ocurría de manera exógena. Este arreglo concilia la teoría con una tasa de crecimiento per cápita positiva y posiblemente constante a largo plazo, manteniendo al mismo tiempo la predicción de la convergencia condicional. Sin embargo, el punto débil evidente radica en que la tasa de crecimiento per cápita a largo plazo viene determinada por completo por un único elemento, la tasa

de progreso tecnológico, que no queda recogida en el modelo. (También la tasa de crecimiento a largo plazo de la producción depende de la tasa de crecimiento de la población, otro elemento exógeno en la teoría.) Así pues, llegamos a un modelo de crecimiento que lo explica todo menos el crecimiento a largo plazo, lo que resulta poco satisfactorio, obviamente.

Cass (1965) y Koopmans (1965) volvieron a introducir en el modelo neoclásico de crecimiento el análisis de la optimización del consumidor de Ramsey y así aportaron la determinación endógena de la tasa de ahorro. Esta solución permite una dinámica de transición más compleja y tiende a mantener la hipótesis de convergencia condicional. El carácter endógeno del ahorro no elimina la dependencia de la tasa de crecimiento per cápita a largo plazo de un progreso tecnológico de carácter exógeno.

El equilibrio de la versión de Cass-Koopmans del modelo neoclásico de crecimiento puede apoyarse en un entorno descentralizado y competitivo en el que los factores productivos, trabajo y capital, se remuneran según sus productos marginales. En ese caso, la renta total vacía el producto total debido al supuesto de que la función de producción tiene rendimientos constantes a escala. Es más, los resultados descentralizados son óptimos de Pareto.

Incluir una teoría del cambio tecnológico dentro del marco neoclásico es complicado, ya que no pueden mantenerse las condiciones habituales de competencia. El avance tecnológico implica la creación de nuevas ideas, que en parte son bienes no rivales y en consecuencia comparten rasgos con los bienes públicos. Para una tecnología dada, es decir, para un estado de conocimiento dado, es razonable suponer rendimientos constantes a escala de los factores de producción clásicos, que son bienes rivales, como el trabajo, el capital y la tierra. En otras palabras, dado un nivel de tecnología que permita saber cómo producir, resulta lógico pensar es posible duplicar una empresa, empleando idéntica cantidad de tierra, trabajo y capital, y obtener el doble de producción. Pero entonces, si las ideas, que son bienes no rivales, se incluyen como factor de producción, los rendimientos a escala tienden a ser crecientes y estos rendimientos crecientes están reñidos con la competencia perfecta. En concreto, la remuneración de las viejas ideas, que son bienes no rivales, de acuerdo con su coste de producción marginal actual, es decir cero, no proporciona la recompensa requerida al esfuerzo de investigación sobre el que reposa la creación de nuevas ideas.

Arrow (1962) y Sheshinski (1967) construyeron modelos en los que las ideas eran subproductos no esperados de la producción o de la inversión, un mecanismo que se describe como “aprendizaje mediante la experiencia”. En estos modelos, los descubrimientos de cada persona se divulgan inmediatamente a toda la economía, y este proceso de difusión instantánea podría ser técnicamente posible ya que el conocimiento es de carácter no rival. Más tarde Romer (1986) demostró que en este caso puede mantenerse el marco competitivo para determinar la tasa de equilibrio del progreso tecnológico, pero que la tasa de crecimiento resultante no sería propiamente un óptimo de Pareto. En general, la condición de la competencia se incumple si las invenciones dependen en parte de esfuerzos deliberados de I+D, y si las innovaciones concretas sólo gradualmente se extienden a otros productores. En este marco más realista, una teoría descentralizada del progreso tecnológico requiere cambios fundamentales en el modelo neoclásico de crecimiento para incorporar

el análisis en competencia imperfecta.<sup>9</sup> Estos añadidos a la teoría no llegaron hasta la investigación de Romer (1987, 1990) a finales de los ochenta.

El trabajo de Cass (1965) y Koopmans (1965) completa el modelo básico de crecimiento neoclásico.<sup>10</sup> A partir de entonces, la teoría del crecimiento se vuelve excesivamente técnica y se aleja poco a poco de las aplicaciones empíricas. Por el contrario, los economistas del desarrollo, teniendo que aconsejar a países en dificultades, mantuvieron un enfoque aplicado tendiendo a utilizar modelos poco sofisticados técnicamente, pero útiles desde el punto de vista empírico. Los campos de la economía del desarrollo y la economía del crecimiento se distanciaron y estas dos áreas casi se separaron por completo.

Debido probablemente a su falta de relevancia empírica, a principios de los setenta, en vísperas de la revolución causada por la teoría de las expectativas racionales y las crisis del petróleo, la teoría del crecimiento murió en cuanto a ámbito activo de investigación. Durante los quince años siguientes, la investigación macroeconómica se centró en las fluctuaciones a corto plazo. Las aportaciones más importantes incluyeron la incorporación de las expectativas racionales a los modelos del ciclo económico, enfoque que mejoró la evaluación de la política económica, y la aplicación de la metodología de equilibrio general a la teoría de los ciclos económicos reales.

En la segunda mitad de los ochenta y a partir de los trabajos de Romer (1986) y Lucas (1988) la investigación del crecimiento económico experimentó un gran auge. Motivó esta investigación la observación (o el recuerdo) de que los factores determinantes del crecimiento económico a largo plazo eran una cuestión crucial, de mucha mayor importancia que los mecanismos de los ciclos económicos o los efectos anticíclicos de las políticas fiscales y monetarias. Sin embargo, el reconocimiento de la importancia del crecimiento a largo plazo era sólo el primer paso; para avanzar, había que liberarse de las limitaciones del modelo neoclásico de crecimiento, en el que la tasa de crecimiento a largo plazo estaba vinculada a la tasa de progreso tecnológico considerado exógeno. Así pues, de una u otra manera, las aportaciones recientes determinan la tasa de crecimiento a largo plazo desde dentro del modelo; de ahí proviene la calificación de modelos de *crecimiento endógeno*.

La primera hornada de esta nueva investigación, Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991), se basaba en los trabajos de Arrow (1962), Sheshinski (1967) y Uzawa (1965) y en realidad no incorporaban una teoría del cambio tecnológico. En estos modelos, el crecimiento puede continuar de forma indefinida ya que los rendimientos de la inversión de una amplia gama de bienes de capital, que incluye el capital humano, no disminuyen necesariamente a medida que la economía se desarrolla. (Esta idea fue lanzada por Knight, en 1944.) La difusión del conocimiento entre productores y las externalidades positivas del capital humano forman parte de este proceso, pero sólo porque contribuyen a evitar la tendencia a registrar rendimientos decrecientes en la acumulación de capital.

---

9. Otro enfoque es suponer que toda la investigación, al ser un bien no rival, un bien público clásico, es financiada por el Estado mediante impuestos; véase Shell (1967).

10. Sin embargo, investigaciones recientes han demostrado cómo ampliar el modelo neoclásico de crecimiento para permitir la heterogeneidad entre hogares (Caselli y Ventura, 2000) y para incorporar preferencias no consistentes en el tiempo (Barro, 1999).

La inclusión de teorías de I+D y de la competencia imperfecta en el marco del crecimiento comenzó con Romer (1987, 1990) e incluyó las aportaciones significativas de Aghion y Howitt (1992) y de Grossman y Helpman (1991, capítulos 3 y 4). En estos modelos, el progreso tecnológico proviene de una actividad de I+D intencionada, y esta actividad se ve recompensada por algún tipo de monopolio posterior. Si la economía no sufre sequía de ideas, a largo plazo la tasa de crecimiento no tiene por qué dejar de ser positiva. Ahora bien, la tasa de crecimiento y la cantidad de actividad creativa inherente tienden a no ser óptimos de Pareto debido a las distorsiones relacionadas con la creación de nuevos bienes y métodos de producción. En estos modelos, la tasa de crecimiento a largo plazo depende de actuaciones del Estado, tales como el sistema impositivo, el mantenimiento de la ley y el orden, la provisión de infraestructuras, la protección de la propiedad intelectual y la regulación del comercio internacional, los mercados financieros y otros aspectos de la economía. El Estado tiene pues un enorme potencial para lo bueno y para lo malo a través de su influencia sobre la tasa de crecimiento a largo plazo. Esta línea de investigación siguió activa durante los noventa y se ha aplicado, por ejemplo, a explicar los efectos de escala del proceso de crecimiento (Jones, 1999), a analizar si el progreso tecnológico aumentará el uso del trabajo o del capital (Acemoglu, 2002) y para evaluar el papel de la competencia en el proceso de crecimiento (Aghion et al. 2001, 2002).

Esta nueva investigación también incluye modelos de difusión de la tecnología. Mientras que el análisis de la invención se relaciona con la tasa de avance tecnológico en las economías líderes, el estudio de su difusión corresponde a la manera en la que las economías menos avanzadas comparten estos avances mediante la imitación. Puesto que la copia tiende a ser más barata que la innovación, los modelos de difusión predicen una forma de convergencia condicional que se asemeja a las predicciones del modelo neoclásico de crecimiento. Algunas investigaciones empíricas recientes han comprobado la importancia de la difusión de la tecnología en el proceso de convergencia.

Otro parámetro exógeno esencial en el modelo neoclásico de crecimiento es la tasa de crecimiento demográfico. Una tasa mayor de crecimiento demográfico disminuye el nivel de estado estacionario del capital y de la producción por trabajador y, en consecuencia, tiende a reducir la tasa de crecimiento per cápita para un nivel inicial de producción per cápita. Sin embargo, el modelo estándar no considera los efectos de las tasas de renta per cápita y salario sobre el crecimiento demográfico, el tipo de efectos en los Malthus hizo hincapié, y tampoco tiene en cuenta los recursos invertidos en el proceso de educación de los hijos. Otra línea de la investigación más reciente convierte en endógeno el crecimiento de la población al incorporar al modelo neoclásico investigaciones sobre la elección reproductiva. Los resultados son coherentes, por ejemplo, con la regularidad empírica de que las tasas de fecundidad tienden a caer al aumentar la renta per cápita en la mayoría de los casos, pero pueden aumentar al aumentar la renta per cápita en los países más pobres. Trabajos adicionales relacionados con el carácter endógeno de la oferta de trabajo dentro del ámbito del crecimiento incluyen los movimientos migratorios y la elección entre trabajo y ocio.

La diferencia más clara entre la teoría del crecimiento de los sesenta y la de los noventa radica en que la investigación más reciente presta gran atención a las

implicaciones empíricas y a la relación entre teoría y datos. Sin embargo, gran parte de este enfoque aplicado implica la utilización de hipótesis empíricas de la antigua teoría, especialmente la predicción de la convergencia condicional del modelo neoclásico de crecimiento. Las regresiones de corte transversal entre países que nacen del modelo neoclásico se convirtieron realmente en parte integrante de la investigación en los noventa. Un interesante desarrollo reciente en este campo, que analizaremos en el capítulo 12, atañe a la evaluación de la solidez de este tipo de estimaciones. Otros análisis empíricos se centran más directamente en las teorías recientes del crecimiento endógeno, incluidos el papel de los rendimientos crecientes, la I+D, el capital humano y la difusión de la tecnología.

### 1.5. Comentarios a la segunda edición

Esta segunda edición de *Crecimiento económico* incluye modificaciones a lo largo de todo el libro. Mencionamos aquí algunos de los puntos clave. En esta introducción hemos tratado ya algunos nuevos cálculos de la distribución mundial de la renta de los individuos entre 1970 y 2000.

Hemos simplificado y hecho más accesible el capítulo 1. Hemos añadido un epígrafe relativo a los mercados en el modelo de Solow-Swan. También analizamos la naturaleza de la debilidad teórica del modelo neoclásico que condujo a la aparición de los modelos de crecimiento endógeno en competencia imperfecta.

El capítulo 2 amplía el análisis del modelo básico de crecimiento neoclásico para permitir que los hogares sean heterogéneos. Se mejora el enfoque eliminando las trayectorias con insuficiencia de ahorro y con el cálculo y la aplicación de las condiciones de transversalidad. También incluimos un análisis de modelos con tasas de preferencias no constantes en el tiempo.

El capítulo 3 contiene varias ampliaciones del modelo básico de crecimiento neoclásico, incluyendo un tratamiento ampliado del sector público. El modelo permite varios tipos de tasas impositivas y permite hacer una distinción clara entre impuestos sobre las rentas del capital e impuestos sobre el trabajo o el consumo.

Los capítulos 6 y 7 analizan modelos de progreso tecnológico endógeno. El material nuevo incluye el análisis del papel y las fuentes de los efectos de escala en estos modelos. Tratamos en el capítulo 6 la opinión más bien negativa de Thomas Jefferson en relación a las patentes como mecanismo de fomento de las invenciones. El capítulo 7 contiene un análisis mejorado de los modelos en los que el progreso tecnológico toma la forma de mejoras de la calidad. Hemos mejorado especialmente el tratamiento de la interacción entre líderes de la industria y *outsiders* y, en consecuencia, el papel de la competencia exterior en el proceso de crecimiento.

El capítulo 8 presenta un modelo de difusión tecnológica. El modelo básico ha sido mejorado y los resultados teóricos se relacionan con las conclusiones empíricas más recientes.

El capítulo 9 trata en mayor detalle el crecimiento demográfico endógeno. El capítulo 10 contiene un análisis mejorado de la contabilidad del crecimiento, incluida su relación con las teorías del progreso tecnológico endógeno. El capítulo 11, utilizando datos regionales, amplía el análisis de los estados de EE.UU. al año 2000.

---

En el capítulo 12 incluimos un tratamiento actualizado de las regresiones de crecimiento de corte transversal entre países, utilizando la nueva batería de datos de Summers-Heston, Penn World Tables versión 6.1, que contiene datos de 2000 (véase Heston, Summers y Aten, 2002). También analizamos en este capítulo diversos puntos relativos a la fiabilidad de las estimaciones hechas a partir de las regresiones de corte transversal entre países, incluidas varias maneras de calibrar la solidez de dichos resultados.



# Modelos de crecimiento con tasas de ahorro exógenas (el modelo Solow-Swan)

## 1.1. Estructura básica

La primera pregunta que nos planteamos en este capítulo es si es posible que una economía disfrute de tasas de crecimiento positivas permanentes simplemente a través del ahorro y la inversión en stock de capital. Si observamos los datos de los países entre 1960 y 2000 vemos que la tasa media anual de crecimiento del PIB real per cápita de 112 países fue el 1,8 % y el ratio medio de inversión bruta respecto del PIB fue el 16 %.<sup>1</sup> Sin embargo, en los treinta y ocho países de África subsahariana la tasa media de crecimiento fue de tan sólo el 0,6 % y el promedio del coeficiente de inversión bruta fue de tan sólo el 10 %. En el otro extremo, en los nueve países del milagro económico de Asia oriental, la tasa media de crecimiento fue el 4,9 % y el ratio medio de inversión alcanzó el 25 %. Estos datos parecen indicar que el crecimiento y las tasas de inversión están directamente relacionados. Sin embargo, antes de que nos entusiasmemos en exceso con esta relación, deberíamos advertir que en veintitrés países de la OCDE la tasa media de crecimiento fue el 2,7 %, es decir, menor que la de los nueve países de Asia oriental, aunque el ratio medio de inversión fue el 24 %, es decir, muy similar a la de los países de Asia oriental. Así pues, aunque la propensión a invertir no lo explique todo, resulta lógico considerarla el punto de partida para tratar de relacionar la tasa de crecimiento de una economía con su disposición a ahorrar e invertir. Al respecto, comenzaremos con un modelo sencillo en el que la única fuente posible de crecimiento per cápita sea la acumulación de capital físico.

La mayoría de los modelos de crecimiento que analizaremos en este libro tienen la misma estructura básica de equilibrio general. En primer lugar, los hogares son los propietarios de los factores y los activos de la economía, entre ellos los derechos de propiedad de las empresas, y además deciden qué parte de su renta consumen o ahorran. Cada familia decide el número de hijos que tiene, si forma parte de la población activa y cuánto trabaja. En segundo lugar, las empresas contratan factores, como el trabajo y el capital, y los utilizan para producir bienes que venden a los hogares y a otras empresas. Las empresas tienen acceso a la tecnología que les permite transformar los factores en producción. Tercero, existen mercados en los que las empresas intercambian sus bienes con los hogares y con otras empresas, y en

---

1. Estos datos, procedentes de las Penn World Tables, versión 6.1, son descritos por Summers y Heston (1991) y Heston, Summers y Aten (2002). Dichos datos serán analizados en el capítulo 12.

los que los hogares venden sus factores a las empresas. Las cantidades demandadas y ofertadas determinan los precios relativos de los factores y los bienes producidos.

Aunque la mayoría de los modelos de crecimiento tienen esta estructura general, es más cómodo comenzar el análisis con un modelo simplificado en el que no aparezcan ni las empresas ni los mercados. Podemos imaginarnos una unidad, que sea a la vez hogar y productora (como Robinson Crusoe), propietaria de los factores y que disponga de la tecnología necesaria para transformar los factores en productos. En el mundo real, la producción requiere numerosos factores distintos, que resumiremos en tres: capital físico,  $K(t)$ , trabajo  $L(t)$  y conocimiento  $T(t)$ . La función de producción tiene la siguiente forma:

$$Y(t) = F[K(t), L(t), T(t)] \quad (1.1)$$

en la que  $Y(t)$  representa el flujo de producto obtenido en el momento  $t$ .

El capital,  $K(t)$ , representa los factores físicos duraderos, tales como la maquinaria, los edificios, los bolígrafos, etc. Estos bienes fueron producidos en algún momento anterior mediante una función de producción de forma idéntica a la de la ecuación (1.1). Es importante señalar que estos factores no pueden ser utilizados por varios productores al mismo tiempo. Esta característica se denomina *rivalidad*: un bien tiene la característica de *rival* si no puede ser utilizado por varios usuarios al mismo tiempo.

El segundo factor de la función de producción es el trabajo,  $L(t)$ , que representa los factores vinculados a los individuos. Este factor incluye el número de trabajadores y el número de horas que trabajan, así como su fuerza física, su formación y salud. El trabajo es también un factor *rival*, ya que el trabajador no puede trabajar en una actividad sin reducir el tiempo que dedica a otras.

El tercer factor es el nivel de conocimientos o tecnología,  $T(t)$ . Los trabajadores y la maquinaria no pueden producir sin una *receta* o *programa* que describa el proceso. Esta receta es lo que se denomina *conocimiento* o *tecnología*. La tecnología puede mejorar con el transcurso del tiempo; por ejemplo, la misma cantidad de capital y trabajo obtienen una mayor producción en 2000 que en 1900, ya que la tecnología empleada en el año 2000 es más avanzada. La tecnología puede ser distinta en diferentes países. Por ejemplo, la misma cantidad de capital y trabajo logra una producción mayor en Japón que en Zambia, ya que en Japón disponen de una tecnología mejor. La característica esencial y diferenciadora de la tecnología es que es un *bien no rival*: dos o más productores pueden utilizar la misma fórmula al mismo tiempo.<sup>2</sup> Es decir, dos productores que deseen producir  $Y$  unidades de

---

2. En la literatura económica, los conceptos de *no rivalidad* y *bien público* a menudo se confunden. Los bienes públicos son no rivales (pueden ser usados por muchas personas de forma simultánea) y también son no excluyentes (es tecnológica o legalmente imposible impedir el uso de dichos bienes). El rasgo característico del conocimiento es la no rivalidad. Algunas fórmulas o diseños son no excluyentes (por ejemplo, fórmulas de cálculo sobre las que no existen derechos de propiedad), mientras que otras son excluyentes (por ejemplo, las fórmulas para producir productos farmacéuticos protegidas por patentes). Thomas Jefferson entendió a la perfección estas propiedades de las ideas cuando dijo a Isaac McPherson, en una carta del 13 de agosto de 1813: "Si la naturaleza ha creado algo menos susceptible a la propiedad exclusiva que todo lo demás es la acción del poder del pensamiento que denominamos idea, que un individuo puede poseer en exclusiva mientras la guarde para sí mismo; ahora bien, en el momento en el que la divulga, se convierte en posesión de todos y el receptor no puede

producto cada uno tendrán que utilizar un conjunto diferente de trabajadores y maquinaria, pero podrán usar la misma tecnología. Esta propiedad de no rivalidad tiene repercusiones importantes en lo relativo a la interacción entre tecnología y crecimiento económico.<sup>3</sup>

Supongamos una tecnología productiva de un único sector, en el que la producción es un bien homogéneo que puede consumirse,  $C(t)$ , o ser invertido,  $I(t)$ . La inversión se utiliza para crear nuevas unidades de capital físico,  $K(t)$ , o para reemplazar el capital obsoleto y depreciado. Una forma de imaginar esa tecnología de un único sector es estableciendo una analogía con los animales de una granja que pueden ser consumidos o utilizados como insumos para obtener más animales. La literatura del crecimiento económico ha utilizado expresiones más imaginativas y ha empleado términos como *shmoos*, *puttys* o *ectoplasma*, a fin de expresar la fácil transformación de los bienes de capital en bienes de consumo y viceversa.

En este capítulo nos centraremos en una economía cerrada: los hogares no pueden comprar bienes o activos extranjeros y no pueden vender bienes y activos en el exterior. (En el capítulo 3 trabajaremos con una economía abierta.) También suponemos que no hay gasto público en bienes y servicios. (En el capítulo 4 incluiremos estas compras.) En una economía cerrada sin gasto público, toda la producción se dedica al consumo o a la inversión bruta,<sup>4</sup> con lo que  $Y(t) = C(t) + I(t)$ . Si restamos  $C(t)$  a ambos miembros y teniendo en cuenta que la producción es igual a la renta, obtenemos que, en esta sencilla economía, el ahorro,  $S(t) \equiv Y(t) - C(t)$ , es igual a la inversión,  $I(t)$ .

Denominemos  $s(\cdot)$  a la tasa de ahorro, es decir, a la parte ahorrada de la producción, con lo que  $1 - s(\cdot)$  es la parte consumida de la producción. Los hogares racionales eligen su tasa de ahorro comparando los costes y los beneficios de consumir hoy en vez de mañana. Esta comparación implica parámetros de preferencia y variables que describen el estado de la economía, como por ejemplo el nivel de riqueza y el tipo de interés. En el capítulo 2, en el que explícitamente construimos un modelo de esta decisión, vemos que  $s(\cdot)$  es una función compleja del estado de la economía, una función para la que no existe una solución única. En este capítulo inicial y para facilitar el análisis, suponemos que  $s(\cdot)$  viene dada exógenamente. La función más sencilla, la asumida por Solow (1956) y Swan (1956) en sus artículos ya clásicos, toma la forma de una constante  $0 \leq s(\cdot) = s \leq 1$ . En este capítulo

---

despojarse de ella. También es característica peculiar de la idea que nadie la posee menos por el hecho de que los demás la posean en su totalidad. Quien recibe una idea mía, recibe conocimiento sin que disminuya el mío" (la versión original, en inglés, se encuentra en los documentos de Thomas Jefferson de la Biblioteca del Congreso (*Thomas Jefferson Papers at the Library of Congress*, portal de internet: [lcweb2.loc.gov/ammem/mtjhhtml/mtjhome.html](http://lcweb2.loc.gov/ammem/mtjhhtml/mtjhome.html)).

3. Las políticas públicas, que dependen de las leyes y las instituciones, también afectarían a la producción de la economía. Dado que las instituciones públicas básicas son no rivales, podemos incluir estos factores dentro de  $T(t)$  en la función de producción.

4. En una economía abierta con gasto público la ecuación es

$$Y(t) - r \cdot D(t) = C(t) + I(t) + G(t) + NX(t),$$

en la que  $D(t)$  es la deuda internacional,  $r$  es el tipo de interés real internacional,  $G(t)$  es el gasto público y  $NX(t)$  son las exportaciones netas. En este capítulo suponemos que no hay gasto público, con lo que  $G(t) = 0$ , y que la economía es cerrada, es decir  $D(t) = NX(t) = 0$ .

empleamos esta tasa de ahorro constante porque a partir de ella deducimos de manera muy clara un gran número de resultados. Puesto que el ahorro tiene que ser igual a la inversión,  $S(t) = I(t)$ , la *tasa de ahorro* tiene que ser igual a la *tasa de inversión*. En otras palabras, la tasa de ahorro de una economía cerrada representa la proporción del PIB que la economía dedica a la inversión.

Aceptamos el supuesto de que el capital es un bien homogéneo que se deprecia a una tasa constante  $\delta > 0$ ; es decir, en cada fracción de tiempo, una proporción constante del stock de capital se desgasta y por tanto ya no puede ser utilizada en la producción. Sin embargo, se supone que todas las unidades de capital son igualmente productivas independientemente del momento en el que fueron producidas.

En un periodo, el incremento neto del stock de capital es igual a la inversión bruta menos la depreciación:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) = s \cdot F[K(t), L(t), T(t)] - \delta K(t) \quad (1.2)$$

en la que el punto sobre la variable, como en  $\dot{K}(t)$ , expresa variación con respecto al tiempo,  $\dot{K}(t) \equiv dK(t)/dt$  (una convención que utilizamos a lo largo de todo el libro) y  $0 \leq s \leq 1$ . La ecuación (1.2) determina la dinámica de  $K$  para una tecnología y trabajo dados.

El factor trabajo,  $L$ , varía a lo largo del tiempo debido al crecimiento de la población, a modificaciones en las tasas de actividad, a cambios en el número de horas trabajadas por trabajador y a mejoras en las cualificaciones y la calidad de los trabajadores. En este capítulo, simplificamos el análisis suponiendo que todos trabajan las mismas horas y tienen las mismas cualificaciones, que normalizamos al valor uno. Así pues, igualamos el factor trabajo a la población total. En el capítulo 5 analizamos la acumulación de formación o capital humano y en el capítulo 9 la elección entre trabajo y ocio.

También en el capítulo 9 vemos que el crecimiento de la población depende del comportamiento de la fertilidad, la mortalidad y los movimientos migratorios. En este capítulo aceptamos el supuesto simplificador de que la población crece a una tasa constante y exógena,  $\dot{L}/L = n \geq 0$ , sin utilizar recurso alguno. Si en el momento cero normalizamos al valor 1 el número de personas y la intensidad del trabajo por persona, la población y la población activa en el momento  $t$  equivalen a

$$L(t) = e^{nt} \quad (1.3)$$

A fin de destacar el papel de la acumulación de capital, aceptaremos el supuesto de que el nivel tecnológico,  $T(t)$ , es una constante. Abandonaremos esta suposición más adelante.

Si  $L(t)$  viene dada por la ecuación (1.3) y no hay progreso tecnológico, entonces la ecuación (1.2) determina la evolución en el tiempo del capital  $K(t)$  y la producción  $Y(t)$ . Una vez que sepamos cómo varían el capital o el PIB a lo largo del tiempo, sabremos también las tasas de crecimiento de estas variables. En los siguientes epígrafes veremos que dicho comportamiento depende esencialmente de las propiedades de la función de producción,  $F(\cdot)$ .

## 1.2. El modelo neoclásico de Solow y Swan

### 1.2.1. La función de producción neoclásica

El proceso del crecimiento económico depende de la forma de la función de producción. Comenzaremos analizando la función de producción neoclásica. Decimos que una función de producción,  $F(K, L, T)$ , es neoclásica si tiene las siguientes características:<sup>5</sup>

**1. Rendimientos constantes a escala.** La función  $F(\cdot)$  tiene rendimientos a escala constantes. Es decir, si multiplicamos el capital y el trabajo por la misma constante positiva,  $\lambda$ , obtenemos  $\lambda$  veces la cantidad de producción:

$$F(\lambda K, \lambda L, T) = \lambda \cdot F(K, L, T) \quad \text{para todo } \lambda > 0 \quad (1.4)$$

Esta propiedad se conoce también por el nombre de *homogeneidad de grado uno en  $K$  y  $L$* . Es importante señalar que la definición de escala atañe sólo a los dos bienes rivales, capital y trabajo. En otras palabras, no definimos los rendimientos constantes a escala como  $F(\lambda K, \lambda L, \lambda T) = \lambda F(K, L, T)$ .

Para entender intuitivamente por qué es lógico este supuesto desde el punto de vista económico, utilicemos el siguiente argumento: imagine que la planta 1 produce  $Y$  unidades mediante la función de producción  $F$ , combinando  $K$  unidades de capital y  $L$  de trabajo y *empleando* la tecnología  $T$ . Resulta lógico pensar que si creamos una planta idéntica en otro lugar (es decir, si hacemos una *réplica* de la planta) deberíamos ser capaces de producir la misma cantidad de producto  $Y$ . Sin embargo, para crear esta segunda planta, necesitamos un nuevo conjunto de maquinaria y trabajadores, pero podemos utilizar la misma tecnología en ambas, ya que, aunque el capital y el trabajo son bienes rivales, la tecnología es un bien no rival y puede utilizarse en ambas plantas al mismo tiempo. Así pues, dado que la tecnología es un factor no rival, nuestra definición de rendimientos a escala resulta lógica.

**2. Rendimientos positivos y decrecientes de los factores privados.** Para todo  $K > 0$  y  $L > 0$ ,  $F(\cdot)$  se caracteriza por tener productos marginales positivos y decrecientes en cada factor:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \\ \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Es decir, la tecnología neoclásica supone que, si se mantienen constantes los niveles de tecnología y trabajo, cada unidad adicional de capital añade sumas positivas

---

5. A fin de simplificar la notación eliminamos los subíndices de tiempo.

de producción, pero estas sumas positivas disminuyen a medida que el número de máquinas aumenta. Al trabajo se le supone esta misma propiedad.

**3. Condiciones de Inada.** La tercera característica definitoria de la función de producción neoclásica establece que el producto marginal del capital (o del trabajo) tiende a infinito cuando el capital (o el trabajo) tiende a 0, y tiende a 0 cuando el capital (o el trabajo) tiende a infinito:

$$\begin{aligned}\lim_{K \rightarrow 0} \left( \frac{\partial F}{\partial K} \right) &= \lim_{L \rightarrow 0} \left( \frac{\partial F}{\partial L} \right) = \infty \\ \lim_{K \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial F}{\partial K} \right) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial F}{\partial L} \right) = 0\end{aligned}\tag{1.6}$$

Estas propiedades se denominan condiciones de Inada, en honor al economista del mismo nombre.

**4. Esencialidad.** Algunos economistas añaden a la definición de la función de producción neoclásica la condición de *esencialidad*. Un factor es esencial si se requiere una cantidad estrictamente positiva del mismo para producir una cantidad de producción positiva. En el apéndice mostramos que las tres propiedades neoclásicas de las ecuaciones (1.4)-(1.6) implican que cada factor es *esencial* para la producción, es decir,  $F(0, L) = F(K, 0) = 0$ . Las tres propiedades de la función de producción neoclásica también implican que la producción tiende a infinito si cada factor tiende a infinito, otra propiedad que queda demostrada en el apéndice.

**Variables per cápita** Cuando decimos que un país es rico o pobre, solemos pensar en producción o consumo por persona. En otras palabras, no pensamos que la India es más rica que los Países Bajos, porque tenga un PIB mucho mayor, ya que, una vez que se divide entre el número de habitantes, en la India la renta que como promedio recibe cada persona es mucho menor que en los Países Bajos. Para tener en cuenta esta propiedad, construimos el modelo en términos per cápita y estudiamos principalmente el comportamiento dinámico de las variables per cápita de PIB, consumo y capital.

Puesto que la definición de rendimientos constantes a escala se aplica a todos los valores de  $\lambda$  también es válida para  $\lambda = 1/L$ . Así pues, la producción puede definirse como

$$Y = F(K, L, T) = L \cdot F(K/L, 1, T) = L \cdot f(k)\tag{1.7}$$

donde  $k \equiv K/L$  es el capital por trabajador,  $y \equiv Y/L$  es la producción por trabajador y la función  $f(k)$  equivale a  $F(k, 1, T)$ .<sup>6</sup> Ello implica que la función de producción puede expresarse en su forma intensiva (es decir, en forma *por trabajador* o *per*

6. Puesto que suponemos que  $T$  es constante, es uno de los parámetros implícitos en la definición de  $f(k)$ .

*cápita*) de la siguiente manera

$$y = f(k) \quad (1.8)$$

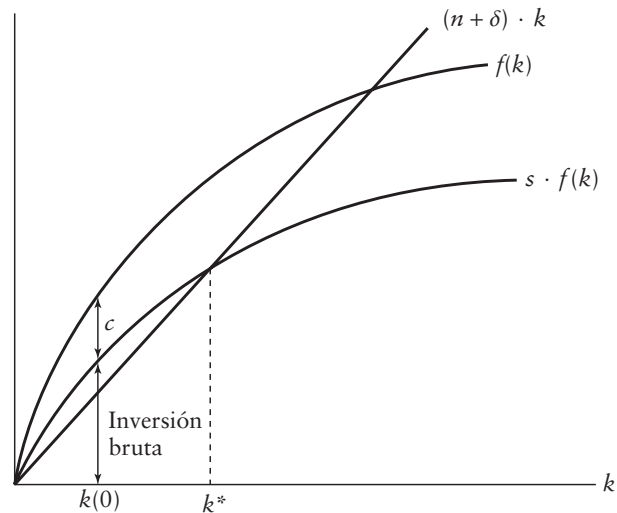
En otras palabras, la función de producción no tiene “efectos de escala”: la producción por persona viene fijada por la cantidad de capital físico del que dispone cada persona, y, si  $k$  permanece constante, el hecho de tener más o menos trabajadores no afecta a la producción total por persona. En consecuencia, economías de gran tamaño, como China e India, pueden tener una producción o renta por persona menores que economías muy pequeñas, como Suiza o los Países Bajos.

Podemos derivar esta condición  $Y = L \cdot f(k)$  primero con respecto a  $K$ , manteniendo  $L$  fijo, y después con relación a  $L$ , manteniendo  $K$  fijo, a fin de comprobar que los productos marginales de los factores de producción vienen dados por

$$\partial Y / \partial K = f'(k) \quad (1.9)$$

$$\partial Y / \partial L = f(k) - k \cdot f'(k) \quad (1.10)$$

Las condiciones de Inada implican que  $\lim_{k \rightarrow 0} [f'(k)] = \infty$  y  $\lim_{k \rightarrow \infty} [f'(k)] = 0$ . La ilustración 1.1 muestra la producción neoclásica en términos per cápita: ésta pasa por el punto 0, es vertical en 0, tiene pendiente positiva y es cóncava. Cuando  $k$  tiende a infinito dicha pendiente tiene una asíntota igual a 0.



**ILUSTRACIÓN 1.1 | El modelo Solow-Swan.** La curva de la inversión bruta,  $s \cdot f(k)$  es proporcional a la función de producción,  $f(k)$ . El consumo por persona es igual a la distancia vertical entre  $f(k)$  y  $s \cdot f(k)$ . La depreciación efectiva (de  $k$ ) viene dada por  $(n + \delta)k$ , que es una recta que parte del origen. La variación de  $k$  viene dada por la distancia vertical entre  $s \cdot f(k)$  y  $(n + \delta)k$ . El nivel de estado estacionario del capital,  $k^*$ , se alcanza en el punto de intersección entre la curva  $s \cdot f(k)$  y la recta  $(n + \delta)k$ .

**El ejemplo de la función Cobb-Douglas** Generalmente se acepta que la función Cobb-Douglas, una función de producción sencilla, describe razonablemente bien las economías reales.<sup>7</sup>

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (1.11)$$

en la que  $A > 0$  es el nivel de tecnología y  $\alpha$  es una constante,  $0 < \alpha < 1$ . La función Cobb-Douglas se puede expresar en forma intensiva como

$$y = Ak^\alpha \quad (1.12)$$

Observe que  $f'(k) = \alpha Ak^{\alpha-1} > 0$ ,  $f''(k) = -\alpha(1-\alpha)k^{\alpha-2} < 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ , y  $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ . Así pues, la función Cobb-Douglas cumple las propiedades de una función de producción neoclásica.

La propiedad esencial de la función de producción Cobb-Douglas radica en el comportamiento de las participaciones de los factores en la renta. Como se verá en el epígrafe 1.2.3, en una economía con competencia perfecta, el capital y el trabajo son retribuidos según su producto marginal; es decir, el producto marginal del capital es igual a la renta percibida  $R$ , y el producto marginal del trabajo es igual al salario  $w$ . Así pues, cada unidad de capital se paga a  $R = f'(k) = \alpha Ak^{\alpha-1}$  y cada unidad de trabajo se paga a  $w = f(k) - k \cdot f'(k) = (1-\alpha) \cdot Ak^\alpha$ . En consecuencia, la participación del capital en la renta es  $Rk/f(k) = \alpha$  y la participación del trabajo es  $w/f(k) = 1 - \alpha$ . Así pues, en un entorno de competencia perfecta, si la función de producción es la función Cobb-Douglas, las participaciones de los factores en la renta son constantes e independientes de  $k$ .

### 1.2.2. La ecuación fundamental del modelo Solow-Swan

En esta sección analizamos el comportamiento dinámico de la economía descrita por la función de producción neoclásica. El modelo de crecimiento resultante se denomina modelo Solow-Swan, en honor a las importantes contribuciones de Solow (1956) y Swan (1956).

El cambio en el stock de capital en el transcurso del tiempo viene fijado por la ecuación (1.2). Si dividimos por  $L$  ambos miembros de la ecuación, obtenemos

$$\dot{K}/L = s \cdot f(k) - \delta k$$

---

7. Douglas es Paul H. Douglas, que fue primero economista del trabajo de la Universidad de Chicago y más tarde senador de los EE.UU. por el estado de Illinois. Cobb es Charles W. Cobb, matemático de Amherst. Douglas (1972, pp. 46-47) señala que en 1927 se puso en contacto con Cobb con el propósito de hallar una función de producción que se ajustara a sus ecuaciones empíricas de la producción, el empleo y el stock de capital de la industria estadounidense. Resulta interesante que Douglas afirme que la forma de la función fue desarrollada anteriormente por Philip Wicksteed, con lo que proporciona un ejemplo más de la Ley de Stigler (que establece que no hay nada que reciba el nombre de la persona que realmente lo inventó).